Arbeitsblatt - Prisma und Zylinder

Klasse: Klasse 8 · 20

Der Rechenweg muss angegeben werden.

Aufgabe 1

Aufgabe 1 – Volumen von Quader und Prisma

Berechne das Volumen mit $V = G \cdot h$. Gib die Einheit an.

Körper	Maße
Würfel	$a = 4$ cm
Quader	5 cm $\times$ 3 cm $\times$ 8 cm
Prisma	$G = 12\,\text{cm}^2$, $h = 7$ cm

a) Berechne die drei Volumina.
b) Welcher der drei Körper hat das größte Volumen?

Aufgabe 2

Aufgabe 2 – Grundflächen bestimmen

Berechne die Grundfläche und das Volumen der Prismen.

a) Dreieck mit $g = 6$ cm, $h_D = 4$ cm; Körperhöhe $h = 10$ cm
b) Trapez mit $a = 8$ cm, $c = 4$ cm, Höhe 3 cm; Körperhöhe $h = 5$ cm
c) Rechteck 7 cm $\times$ $2{,}5$ cm; Körperhöhe $h = 4$ cm

Aufgabe 3

Aufgabe 3 – Zylindervolumen

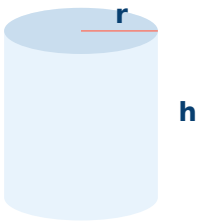
Berechne das Volumen mit $V = \pi r^2 h$. Runde auf zwei Nachkommastellen.

a) $r = 3$ cm, $h = 10$ cm
b) $r = 5$ cm, $h = 8$ cm
c) $d = 12$ cm, $h = 5$ cm

Aufgabe 4

Aufgabe 4 – Zylinderoberfläche

Berechne Mantel und Oberfläche mit $M = 2\pi r h$ und $O = 2\pi r^2 + M$.



a) $r = 3$ cm, $h = 10$ cm
b) $r = 4$ cm, $h = 6$ cm

Aufgabe 5

Aufgabe 5 – Der abgerollte Mantel

Der Mantel eines Zylinders ist abgerollt ein Rechteck mit der Breite $2\pi r$ und der Höhe h.

a) Welche Maße hat das Rechteck für $r = 2$ cm und $h = 7$ cm?
b) Wie groß ist der Mantel?
c) Ein Etikett für eine Dose ($r = 3{,}5$ cm, $h = 12$ cm) soll den Mantel ganz bedecken, aber 1 cm Klebefläche überlappen. Welche Maße hat das Etikett?

Aufgabe 6

Aufgabe 6 – Dreiecksprisma

Die Grundfläche eines Prismas ist ein rechtwinkliges Dreieck mit den Katheten 3 cm und 4 cm (Hypotenuse 5 cm). Die Körperhöhe beträgt 10 cm.

a) Berechne die Grundfläche.
b) Berechne das Volumen.
c) Berechne den Mantel mit $M = u \cdot h$.
d) Berechne die Oberfläche mit $O = 2G + M$.

Aufgabe 7

Aufgabe 7 – Einheiten umrechnen

Wandle um. Denke daran: $1\,\text{l} = 1\,\text{dm}^3 = 1000\,\text{cm}^3$ und $1\,\text{m}^3 = 1000\,\text{l}$.

a) Ein Zylinder hat $r = 5$ cm und $h = 20$ cm. Gib sein Volumen in Litern an.
b) Ein Aquarium ist 80 cm lang, 40 cm breit und 50 cm hoch. Wie viele Liter fasst es?
c) $2{,}5\,\text{m}^3$ in Liter.
d) 330 ml in cm^3 und dm^3.

Aufgabe 8

Aufgabe 8 – Rückwärts rechnen

Bestimme die gesuchte Größe. Stelle die Formel $V = \pi r^2 h$ um.

a) Zylinder mit $r = 4$ cm und $V = 500\,\text{cm}^3$. Gesucht: h
b) Zylinder mit $h = 10$ cm und $V = 1000\,\text{cm}^3$. Gesucht: r
c) Prisma mit $V = 240\,\text{cm}^3$ und $G = 30\,\text{cm}^2$. Gesucht: h

Aufgabe 9

Aufgabe 9 – Was passiert beim Vergrößern?

Ein Zylinder hat $r = 3$ cm und $h = 8$ cm.

a) Berechne sein Volumen.
b) Berechne das Volumen, wenn die Höhe verdoppelt wird.
c) Berechne das Volumen, wenn der Radius verdoppelt wird.
d) Welche Höhe braucht ein Zylinder mit $r = 4$ cm für das ursprüngliche Volumen?

Aufgabe 10

Aufgabe 10 – Die Getränkedose

Eine Getränkedose soll 330 ml fassen und hat den Radius $3{,}3$ cm. Sie besteht aus Aluminiumblech.

a) Wie hoch muss die Dose sein?
b) Wie groß ist der Mantel?
c) Wie groß ist die Oberfläche der Dose (Blech für Boden, Deckel und Mantel)?
d) Das Blech kostet *0{,}004*\,€ pro cm^2. Was kostet das Blech für $1\,000$ Dosen?

Aufgabe 11

Aufgabe 11 – Die Regentonne

Familie Weber hat eine zylinderförmige Regentonne mit dem Radius 40 cm und der Höhe 90 cm.

a) Wie viele Liter fasst die Tonne?
b) Wie hoch steht das Wasser bei 300 Litern?
c) Das Dach hat $50\,\text{m}^2$ Fläche. Bei einem Regen fallen 20 Liter pro m^2. Wie viele Liter kommen vom Dach?
d) Wie viele solche Tonnen werden dafür benötigt?

Aufgabe 12

Aufgabe 12 – Das Schwimmbecken

Ein Schwimmbecken ist 25 m lang und 10 m breit. Es ist am flachen Ende 1 m und am tiefen Ende 2 m tief. Der Boden fällt gleichmäßig ab, die Seitenwand ist ein Trapez.

a) Berechne die Fläche der trapezförmigen Seitenwand (Grundfläche des Prismas).
b) Berechne das Volumen in m^3 und in Litern.

c) Das Wasser kostet *2{,}30\,€* pro m^3. Wie teuer ist eine Füllung?
d) Wie lange dauert das Füllen, wenn pro Stunde $25\,\mathrm{m}^3$ einlaufen?

Aufgabe 13

Aufgabe 13 – Der Dachboden

Der Dachboden eines Hauses hat einen dreieckigen Querschnitt (Giebel): Grundseite 8 m, Höhe 3 m. Das Haus ist 12 m lang.

a) Berechne die Querschnittsfläche.
b) Berechne das Volumen des Dachbodens.
c) Wie lang ist die Dachschräge? (Pythagoras mit 4 m und 3 m.)
d) Berechne die gesamte Dachfläche beider Seiten.
e) Die Dämmung kostet *14\,€* pro m^2. Was kostet sie für das ganze Dach?

Aufgabe 14

Aufgabe 14 – Die Betonsäule

Für die Terrasse wird eine zylinderförmige Betonsäule mit dem Durchmesser 30 cm und der Höhe $2{,}40$ m gegossen. Beton wiegt etwa $2\,400$ kg pro m^3.

a) Berechne das Volumen in m^3.
b) Berechne das Gewicht der Säule.
c) Berechne die Mantelfläche in m^2 (zum Streichen).
d) Ein Eimer Farbe reicht für $8\,\mathrm{m}^2$. Wie viele Säulen kann man damit streichen?

Aufgabe 15

Aufgabe 15 – Welche Dose ist die sparsamste?

Ein Hersteller testet drei zylinderförmige Dosen mit etwa gleichem Inhalt ($333\,\mathrm{cm}^3$). Er will möglichst wenig Blech verbrauchen.

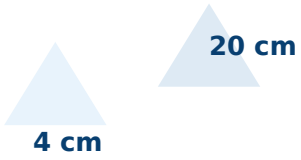
Dose	Radius	Höhe
A	3,0 cm	11,8 cm
B	4,0 cm	6,6 cm
C	2,5 cm	17,0 cm

a) Berechne das Volumen jeder Dose.
b) Berechne die Oberfläche jeder Dose.
c) Welche Dose braucht am wenigsten Blech?
d) Welche Form (breit und flach oder schmal und hoch) ist günstiger?
e) Die Dosen werden im Supermarkt gestapelt. Warum entscheiden sich Hersteller oft trotzdem für eine schmale Dose?

Aufgabe 16

Aufgabe 16 – Die Schokoladenschachtel

Eine Schokolade wird in einer Schachtel verkauft, die ein Prisma mit einem gleichseitigen Dreieck als Grundfläche ist (Seite 4 cm, Dreieckshöhe $\sqrt{12} \approx 3{,}46$ cm). Die Schachtel ist 20 cm lang.



a) Berechne die Grundfläche.
b) Berechne das Volumen.
c) Berechne den Mantel und die Oberfläche (Pappe).
d) Der Hersteller berechnet *0{,}07\,€* pro dm^2 Pappe. Was kostet die Pappe für eine Schachtel?
e) Die Schachteln werden aufrecht (mit einer 4-cm-Seite auf dem Boden) in einen Karton mit 40 cm $\times$ 30 cm $\times$ 20 cm gestellt. Wie viele passen hinein, und wie viel Prozent des Kartonvolumens werden genutzt?

Aufgabe 17

Aufgabe 17 – Regenwasser für den Garten

Das Haus der Familie Schulz hat eine Dachfläche von 10 m $\times$ 8 m. Das Regenwasser wird in zylinderförmigen Tonnen mit $r = 50$ cm und $h = 1$ m gesammelt. Ein Gewitter bringt 25 Liter pro m^2.

a) Wie viel Wasser fällt auf das Dach?
b) Wie viel fasst eine Tonne?
c) Wie viele Tonnen werden gebraucht?
d) Wie hoch steht das Wasser in einer Tonne, wenn das Wasser auf 3 gleich volle Tonnen verteilt wird?

Aufgabe 18

Aufgabe 18 – Aus dem Stamm geschnitten

Aus einem zylinderförmigen Baumstamm (Durchmesser 40 cm, Länge 3 m) soll ein Balken mit quadratischem Querschnitt gesägt werden. Die Ecken des Quadrats liegen auf dem Kreis.

a) Berechne das Volumen des Stammes in m^3.
b) Wie lang ist die Seite des größtmöglichen Quadrats (Diagonale gleich Durchmesser)?
c) Berechne das Volumen des Balkens.

d) Wie viel Prozent des Holzes werden Abfall?
e) Die Rinde wird mit *8*\,€ pro m^2 Mantelfläche abgezogen und verwertet. Berechne den Erlös.

Aufgabe 19

Aufgabe 19 – Wann sind Volumen und Oberfläche gleich?

Für einen Zylinder mit der Höhe $h = 2r$ (Höhe gleich Durchmesser) gilt ein besonderer Zusammenhang.

a) Zeige: $V = 2\pi r^3$ und $O = 6\pi r^2$.
b) Für welchen Radius sind die Zahlenwerte von V und O gleich?
c) Berechne V und O für diesen Radius.
d) Warum ist der Vergleich von Volumen und Oberfläche physikalisch nicht ganz korrekt?

Aufgabe 20

Aufgabe 20 – Knobelaufgabe: Das DIN-A4-Blatt

Ein DIN-A4-Blatt (21 cm $\times$ $29{,}7$ cm) wird zu einem Zylindermantel gerollt, entweder mit der langen oder mit der kurzen Seite als Umfang. Die Überlappung wird vernachlässigt.

a) Fall 1: Die Seite $29{,}7$ cm ist der Umfang. Berechne r, h und V.
b) Fall 2: Die Seite 21 cm ist der Umfang. Berechne r, h und V.
c) Welcher Zylinder fasst mehr? Wie groß ist der Unterschied in Prozent?
d) Erkläre, warum der breitere Zylinder mehr fasst, obwohl der Mantel gleich groß ist.