Lösungen zur Klassenarbeit - Mehrstufige Zufallsexperimente

Klasse: Klasse 8 · Dauer: 45 Minuten · /20

Lösung zu Aufgabe 1 (4 BE/Punkte)

a) $0{,}4 \cdot 0{,}4 = 0{,}16$ (1 P.).
b) $0{,}6 \cdot 0{,}6 = 0{,}36$ (1 P.).
c) $2 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}6 = 0{,}48$ (2 P.).
Mit Zurücklegen gilt auf beiden Stufen $P(r) = 0{,}4$ und $P(b) = 0{,}6$. Für verschiedene Farben gibt es zwei Pfade. Kontrolle: $0{,}16 + 0{,}36 + 0{,}48 = 1$.

Bewertung: Wer bei c) nur einen der beiden Pfade rot–blau oder blau–rot zählt, erhält 0,24 und nur einen Punkt. Kontrolle: Alle drei Ergebnisse ergeben zusammen genau 1. Da zurückgelegt wird, stehen auf beiden Stufen 0,4 und 0,6.

Lösung zu Aufgabe 2 (4 BE/Punkte)

a) $\frac{5}{8} \cdot \frac{4}{7} = \frac{5}{14}$ (1 P.).
b) $\frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7} = \frac{3}{28}$ (1 P.).
c) $1 - \frac{5}{14} - \frac{3}{28} = \frac{15}{28}$ (2 P.).
Ohne Zurücklegen sind nach dem ersten Zug nur noch 7 Kugeln in der Urne, und von der gezogenen Farbe ist eine weniger da. Kontrolle: $\frac{10}{28} + \frac{3}{28} + \frac{15}{28} = 1$.

Bewertung: Wer in der zweiten Stufe wieder durch 8 teilt, rechnet mit Zurücklegen und erhält $\frac{25}{64}$; dafür gibt es keinen Punkt bei a).

Lösung zu Aufgabe 3 (3 BE/Punkte)

a) $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$ (1 P.).
b) $3 \cdot \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$ (1 P.).
c) $1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$ (1 P.).
Jeder der acht Pfade hat die Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{8}$. Für genau zweimal Zahl gibt es drei Pfade. „Mindestens einmal Wappen“ ist das Gegenereignis zu „dreimal Zahl“.

Bei b) gehören die Pfade ZZW, ZWZ und WZZ dazu. Wer nur einen Pfad zählt, erhält $\frac{1}{8}$ und keinen Punkt. Jeder Pfad hat dieselbe Wahrscheinlichkeit.

Lösung zu Aufgabe 4 (6 BE/Punkte)

a) $0{,}6^2 = 0{,}36$ (1 P.).
b) $2 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}4 = 0{,}48$ (1 P.).
c) $1 - 0{,}4^2 = 0{,}84$ (1 P.).
d) $0{,}6^3 = 0{,}216$ (1 P.); genau zwei: $3 \cdot 0{,}36 \cdot 0{,}4 = 0{,}432$; mindestens zwei:

$0{,}432 + 0{,}216 = 0{,}648$ (2 P.).
Bei „mindestens zwei Treffern“ addiert man „genau zwei“ und „genau drei“. Für genau zwei Treffer gibt es drei Pfade mit je $0{,}6^2 \cdot 0{,}4$. Antwort: Mit 64,8 % trifft sie bei drei Würfen mindestens zweimal.

Probe zu d): $0{,}064 + 0{,}288 + 0{,}432 + 0{,}216 = 1$.

Lösung zu Aufgabe 5 (3 BE/Punkte)

a) $3 \cdot \frac{1}{9} = \frac{1}{3}$ (1 P.); die Wahrscheinlichkeit für verschiedene Farben ist $\frac{2}{3}$ (1 P.).
b) $1 - \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{5}{9}$ (1 P.).
Bei drei gleich großen Feldern hat jeder der neun Pfade die Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{9}$. Bei b) ist das Gegenereignis „keinmal rot“ mit $\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$ einfacher.

Bewertung: Bei a) wird auch die Lösung über das Gegenereignis „zwei verschiedene Farben“ mit $1 - \frac{6}{9}$ voll anerkannt. Rot erscheint also in fünf von neun Fällen.