Arbeitsblatt - Mehrstufige Zufallsexperimente

Klasse: Klasse 8 · 20

Der Rechenweg muss angegeben werden.

Aufgabe 1

Aufgabe 1 – Einmal würfeln

Ein fairer Würfel wird einmal geworfen. Berechne die Wahrscheinlichkeiten als Bruch und in Prozent: $P = \frac{\text{günstige Ergebnisse}}{\text{alle Ergebnisse}}$.

a) gerade Zahl
b) Zahl größer als 4
c) Primzahl
d) durch 3 teilbar

Aufgabe 2

Aufgabe 2 – Zweimal eine Münze

Eine Münze (Kopf K, Zahl Z) wird zweimal geworfen. Zeichne in Gedanken das Baumdiagramm.

a) Nenne alle vier Pfade.
b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für jeden Pfad?
c) Wie groß ist $P(\text{genau einmal Zahl})$?
d) Wie groß ist $P(\text{mindestens einmal Kopf})$?

Aufgabe 3

Aufgabe 3 – Urne mit Zurücklegen

In einer Urne liegen 3 rote und 2 blaue Kugeln. Es wird zweimal gezogen, die Kugel wird jeweils zurückgelegt.

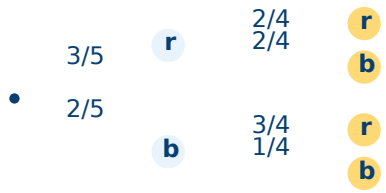
a) Gib $P(r)$ und $P(b)$ an.
b) Berechne $P(rr)$ und $P(bb)$.
c) Berechne die Wahrscheinlichkeit für zwei verschiedene Farben.
d) Kontrolliere: Ergeben alle Pfade zusammen 1?

Aufgabe 4

Aufgabe 4 – Urne ohne Zurücklegen

Dieselbe Urne mit 3 roten und 2 blauen Kugeln. Jetzt wird zweimal ohne Zurücklegen

gezogen.



a) Erkläre, warum die Wahrscheinlichkeiten in der zweiten Stufe anders sind.
b) Berechne $P(rr)$ und $P(bb)$.
c) Berechne die Wahrscheinlichkeit für zwei verschiedene Farben.
d) Vergleiche mit Aufgabe 3: Ist $P(\text{verschieden})$ größer oder kleiner?

Aufgabe 5

Aufgabe 5 – Das Glücksrad

Ein Glücksrad hat die Felder rot ($\frac{1}{2}$), blau ($\frac{1}{3}$) und gelb ($\frac{1}{6}$). Es wird zweimal gedreht.

a) Berechne $P(\text{rot}, \text{rot})$.
b) Berechne die Wahrscheinlichkeit für zwei gleiche Farben.
c) Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass keine gelbe Farbe erscheint.
d) Ergeben alle neun Pfade zusammen 1?

Aufgabe 6

Aufgabe 6 – Mindestens eine Sechs

Ein Würfel wird dreimal geworfen. Rechne mit dem Gegenereignis.

a) Berechne $P(\text{keine Sechs})$.
b) Berechne $P(\text{mindestens eine Sechs})$.
c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für dreimal eine Sechs?
d) Wie viele Würfe braucht man mindestens, damit $P(\text{mind. eine Sechs}) > 90\,\%$?

Aufgabe 7

Aufgabe 7 – Basketball: 70 % Trefferquote

Eine Basketballspielerin trifft mit $70\,\%$ und wirft dreimal (T: Treffer, N: Niete).

a) Berechne $P(\text{TTT})$.
b) Wie viele Pfade gehören zu „genau zwei Treffer“? Berechne die Wahrscheinlichkeit.
c) Berechne die Wahrscheinlichkeit für mindestens einen Treffer.
d) Prüfe: Die Wahrscheinlichkeiten für 0, 1, 2 und 3 Treffer ergeben zusammen 1.

Aufgabe 8

Aufgabe 8 – Elfmeterschießen

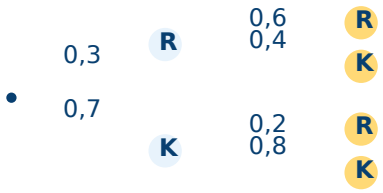
Im Training trifft Selin einen Elfmeter mit der Wahrscheinlichkeit $80\,\%$. Sie schießt zweimal.

a) Zeichne das Baumdiagramm in Gedanken und gib die Wahrscheinlichkeiten der vier Pfade an.
b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie beide trifft?
c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie genau einmal trifft?
d) Wie wahrscheinlich ist es, dass sie mindestens einmal trifft?

Aufgabe 9

Aufgabe 9 – Das Wetter am Wochenende

Für Samstag wird mit $30\,\%$ Wahrscheinlichkeit Regen vorhergesagt. Regnet es am Samstag, regnet es am Sonntag mit $60\,\%$, sonst nur mit $20\,\%$.



a) Berechne die Wahrscheinlichkeit für Regen an beiden Tagen.
b) Berechne die Wahrscheinlichkeit für an beiden Tagen trocken.
c) Berechne die Wahrscheinlichkeit für Regen am Sonntag.
d) Familie Hoffmann plant einen Ausflug und will nur fahren, wenn es höchstens an einem Tag regnet. Wie wahrscheinlich ist das?

Aufgabe 10

Aufgabe 10 – Zwei zufällig ausgewählte Personen

In der Klasse 8a sind 12 Mädchen und 8 Jungen. Zwei Personen werden zufällig für den Klassendienst ausgewählt.

a) Berechne die Wahrscheinlichkeit für zwei Mädchen.
b) Berechne die Wahrscheinlichkeit für zwei Jungen.
c) Berechne die Wahrscheinlichkeit für ein Mädchen und einen Jungen.
d) Erkläre, warum im zweiten Zug nur noch 19 Personen zur Auswahl stehen.

Aufgabe 11

Aufgabe 11 – Qualitätskontrolle

In einer Fabrik für Fahrradklingeln sind $5\,\%$ der Teile defekt. Es werden zwei Klingeln unabhängig voneinander geprüft.

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass beide in Ordnung sind?
b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für mindestens eine defekte Klingel?
c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für genau eine defekte Klingel?

d) Wie viele von $2\,000$ Klingeln sind im Mittel defekt?

Aufgabe 12

Aufgabe 12 – Die Tombola

Bei der Schul-Tombola liegen 50 Lose in der Trommel: 10 Gewinne, 5 Trostpreise und 35 Nieten. Anna zieht zwei Lose ohne Zurücklegen.

a) Berechne die Wahrscheinlichkeit für zwei Nieten.
b) Berechne die Wahrscheinlichkeit für zwei Gewinne.
c) Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass sie keine Niete zieht.
d) Wie wahrscheinlich ist mindestens eine Niete?

Aufgabe 13

Aufgabe 13 – Die Süßigkeitentüte

In einer Tüte sind 5 rote, 3 grüne und 2 gelbe Gummibärchen. Lea zieht blind zwei ohne Zurücklegen.

a) Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass beide rot sind.
b) Berechne die Wahrscheinlichkeit für zwei Gummibärchen derselben Farbe.
c) Berechne die Wahrscheinlichkeit für keine rote.
d) Berechne die Wahrscheinlichkeit für mindestens eine rote.

Aufgabe 14

Aufgabe 14 – Tippspiel

Eine Fußballmannschaft gewinnt mit $50\,\%$, spielt unentschieden mit $30\,\%$ und verliert mit $20\,\%$. Drei Spiele werden unabhängig betrachtet.

a) Berechne die Wahrscheinlichkeit für drei Siege.
b) Berechne die Wahrscheinlichkeit für kein Spiel verloren.
c) Berechne die Wahrscheinlichkeit für mindestens einen Sieg.
d) Berechne die Wahrscheinlichkeit für drei Niederlagen und kommentiere.

Aufgabe 15

Aufgabe 15 – Das Glücksrad auf dem Schulfest

Beim Schulfest gibt es ein zweistufiges Spiel: Zuerst dreht man ein Glücksrad. Mit der Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{4}$ darf man danach würfeln, sonst ist das Spiel vorbei. Bei einer Sechs gibt es den Hauptpreis ($8\,€$), bei anderer Zahl einen Trostpreis ($2\,€$). Der Einsatz beträgt $1\,€$.

Ausgang	Wahrscheinlichkeit	Auszahlung
Hauptpreis	?	$8\,€$
Trostpreis	?	$2\,€$

Ausgang	Wahrscheinlichkeit	Auszahlung
nichts	?	$0\,€$

a) Zeichne das Baumdiagramm und ergänze die Wahrscheinlichkeiten in der Tabelle.
b) Kontrolliere, dass die drei Wahrscheinlichkeiten zusammen 1 ergeben.
c) Das Spiel wird 24-mal gespielt. Wie hoch sind Einnahmen und erwartete Auszahlung?
d) Wie viel Gewinn macht die Klasse bei 240 Spielen?
e) Wie müsste der Hauptpreis aussehen, damit sich das Spiel für die Klasse genau nicht lohnt, also ohne Gewinn und ohne Verlust?

Aufgabe 16

Aufgabe 16 – Auf dem Weg zur Schule

Marie fährt mit dem Fahrrad zur Schule und kommt an drei Ampeln vorbei. Die Ampeln sind unabhängig voneinander mit den angegebenen Wahrscheinlichkeiten grün.

Ampel	1	2	3
grün	$0{,}6$	$0{,}5$	$0{,}8$
rot	$0{,}4$	$0{,}5$	$0{,}2$

a) Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass sie alle drei grün hat.
b) Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass sie überall rot hat.
c) Berechne die Wahrscheinlichkeit für genau eine rote Ampel.
d) Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass sie mindestens einmal anhalten muss.
e) Wie viele Fahrten von 100 verlaufen im Mittel ohne Halt? Würdest du empfehlen, den Weg zu wechseln?

Aufgabe 17

Aufgabe 17 – Das Kartenspiel

Ein Skatspiel hat 32 Karten, darunter 4 Asse und 4 Könige. Mia zieht zwei Karten ohne Zurücklegen.

Kartenart	Anzahl
Asse	4
Könige	4
andere Karten	24
zusammen	32

a) Berechne die Wahrscheinlichkeit für zwei Asse.
b) Berechne die Wahrscheinlichkeit für kein Ass.
c) Berechne die Wahrscheinlichkeit für mindestens ein Ass.
d) Berechne die Wahrscheinlichkeit für ein Ass und einen König (in beliebiger Reihenfolge).
e) Warum ist die Wahrscheinlichkeit für zwei Asse kleiner als $\frac{1}{8}\cdot\frac{1}{8}$? Begründe knapp.

Aufgabe 18

Aufgabe 18 – Eine Familie mit drei Kindern

Familie Demir hat drei Kinder. Es wird angenommen, dass Jungen (J) und Mädchen (M) gleich wahrscheinlich sind.

Ergebnis	JJJ	JJM	JMJ	MJJ	JMM	MJM	MMJ	MMM
Wahrscheinlichkeit	?	?	?	?	?	?	?	?

a) Ergänze die Tabelle der acht Pfade.
b) Berechne die Wahrscheinlichkeit für drei Mädchen.
c) Berechne die Wahrscheinlichkeit für genau zwei Mädchen.
d) Berechne die Wahrscheinlichkeit für mindestens einen Jungen.
e) Wie wahrscheinlich ist es, dass das älteste Kind ein Mädchen ist und die anderen beiden Jungen?

Aufgabe 19

Aufgabe 19 – Wie viele rote Kugeln?

In einer Urne liegen 10 Kugeln, davon r rote. Es wird zweimal gezogen.

a) Stelle für das Ziehen mit Zurücklegen die Wahrscheinlichkeit für zwei rote Kugeln als Term in r auf.
b) Für welches r ist sie $0{,}36$?
c) Stelle die Wahrscheinlichkeit für zwei rote Kugeln ohne Zurücklegen als Term auf.
d) Für welches r beträgt sie $\frac{1}{3}$? Prüfe durch Einsetzen.

Aufgabe 20

Aufgabe 20 – Knobelaufgabe: Gleicher Wochentag?

Drei Personen werden zufällig ausgewählt. Wir nehmen vereinfacht an, dass jeder Wochentag mit der Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{7}$ vorkommt.

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass alle drei an verschiedenen Wochentagen Geburtstag haben?
b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens zwei am selben Wochentag Geburtstag haben?
c) Berechne die Wahrscheinlichkeit für verschiedene Wochentage bei vier Personen.
d) Ab wie vielen Personen ist es sicher, dass zwei am selben Wochentag Geburtstag haben? Begründe.