Arbeitsblatt - Kreis: Umfang und Fläche

Klasse: Klasse 8 · 20

Der Rechenweg muss angegeben werden.

Aufgabe 1

Aufgabe 1 – Radius und Durchmesser

Ergänze die Tabelle. Denke daran: Der Durchmesser ist doppelt so lang wie der Radius.

Radius r	Durchmesser d
4 cm	?
?	18 m
3,5 dm	?
?	1,2 km

a) Ergänze die Tabelle.
b) Welche der Strecken ist die längste Strecke im Kreis?

Aufgabe 2

Aufgabe 2 – Umfang berechnen

Berechne den Umfang mit $U = 2\pi r$ beziehungsweise $U = \pi d$ und runde auf zwei Nachkommastellen.

a) $r = 5$ cm
b) $d = 12$ m
c) $r = 2{,}5$ dm
d) $d = 0{,}8$ m

Aufgabe 3

Aufgabe 3 – Fläche berechnen

Berechne den Flächeninhalt mit $A = \pi r^2$. Rechne bei einem gegebenen Durchmesser zuerst den Radius aus.

a) $r = 3$ cm
b) $r = 4{,}5$ m
c) $d = 10$ cm
d) $d = 1{,}6$ m

Aufgabe 4

Aufgabe 4 – Rückwärts rechnen

Bestimme die gesuchte Größe. Stelle die Formel dazu um: $r = \dfrac{U}{2\pi}$ beziehungsweise $r = \sqrt{\dfrac{A}{\pi}}$.

a) $U = 31{,}42$ cm. Gesucht: r
b) $A = 78{,}54\,\text{cm}^2$. Gesucht: r
c) $U = 62{,}83$ m. Gesucht: d
d) $A = 200\,\text{m}^2$. Gesucht: r (gerundet)

Aufgabe 5

Aufgabe 5 – Was passiert beim Verdoppeln?

Ein Kreis hat den Radius $r = 3$ cm. Der Radius wird verdoppelt.

a) Berechne Umfang und Fläche vorher.
b) Berechne Umfang und Fläche nachher.
c) Um welchen Faktor wachsen Umfang und Fläche?
d) Und wenn der Radius verdreifacht wird?

Aufgabe 6

Aufgabe 6 – Halbkreis und Kreisring

Berechne die Größen. Der Umfang eines Halbkreises besteht aus dem Bogen und dem Durchmesser.

a) Halbkreis mit $r = 6$ cm: Fläche
b) Halbkreis mit $r = 6$ cm: Umfang
c) Kreisring mit $R = 8$ cm und $r = 5$ cm: Fläche

Aufgabe 7

Aufgabe 7 – Sektoren

Berechne Bogenlänge $b = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot 2\pi r$ und Sektorfläche $A = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot \pi r^2$ für $r = 10$ cm.

a) $\alpha = 90^\circ$
b) $\alpha = 60^\circ$
c) $\alpha = 120^\circ$
d) Welchen Winkel hat ein Sektor mit der Fläche $\frac{1}{8}$ der Kreisfläche?

Aufgabe 8

Aufgabe 8 – Das Fahrradrad

Das Vorderrad von Lenas Fahrrad hat den Durchmesser 70 cm.

a) Wie lang ist der Umfang des Reifens?
b) Wie viele Umdrehungen macht das Rad auf dem Schulweg von $1{,}5$ km?

c) Lena fährt mit 15 km/h. Wie viele Umdrehungen pro Minute macht das Rad?
d) Ein Rad mit dem Durchmesser 28 cm (Kinderrad) soll dieselbe Strecke zurücklegen. Wie viele Umdrehungen sind das?

Aufgabe 9

Aufgabe 9 – Pizza im Angebot

In der Pizzeria „Da Mario“ gibt es zwei Größen: die kleine Pizza (Durchmesser 20 cm) für *5{,}50\,€* und die große (Durchmesser 30 cm) für *9{,}60\,€*.

a) Berechne die Fläche beider Pizzen.
b) Wie viel kostet ein Quadratzentimeter jeweils (in Cent)?
c) Welche Pizza ist günstiger pro Fläche?
d) Zwei kleine Pizzen oder eine große: Was ist mehr Pizza, und was ist billiger?

Aufgabe 10

Aufgabe 10 – Der runde Teppich

Für das Wohnzimmer wird ein runder Teppich mit dem Durchmesser $2{,}40$ m gekauft. Der Quadratmeter kostet *39\,€*. Rundherum wird eine Borte genäht, der Meter Borte kostet *3{,}50\,€*.

a) Berechne die Fläche des Teppichs.
b) Wie teuer ist der Teppich?
c) Wie lang ist die Borte, und was kostet sie?
d) Wie groß ist das Quadrat mit gleicher Fläche (Seitenlänge, gerundet)?

Aufgabe 11

Aufgabe 11 – Die 200-m-Hallenbahn

Eine Hallen-Laufbahn besteht aus zwei geraden Stücken von je 40 m und zwei Halbkreisen mit dem Radius r. Die Bahn ist 200 m lang.

a) Stelle eine Gleichung für den Umfang auf und berechne r.
b) Wie breit ist die Halle in der Mitte (Durchmesser)?
c) Wie groß ist die Innenfläche (Rechteck plus Kreis)?
d) Der Kunstrasen kostet *18\,€* pro m^2. Wie teuer ist die Innenfläche?

Aufgabe 12

Aufgabe 12 – Der Brunnen mit Randweg

Auf dem Marktplatz steht ein runder Brunnen mit dem Durchmesser 12 m. Um ihn herum wird ein 1 m breiter Weg gepflastert.

a) Berechne die Fläche des Brunnens.
b) Berechne die Fläche der Brunnenanlage einschließlich Weg.
c) Wie groß ist die Fläche des Weges (Kreisring)?

d) Das Pflaster kostet *62\,€* pro m^2. Wie teuer ist der Weg?

Aufgabe 13

Aufgabe 13 – Das Tortenstück

Eine runde Geburtstagstorte hat den Durchmesser 26 cm und wird in 12 gleiche Stücke geschnitten.

a) Welchen Mittelpunktswinkel hat ein Stück?
b) Berechne die Fläche eines Stücks.
c) Berechne die Länge des Bogens (Rand) eines Stücks.
d) Wie lang ist die Kante des Stücks insgesamt (zwei Radien plus Bogen)?

Aufgabe 14

Aufgabe 14 – Der Rasensprenger

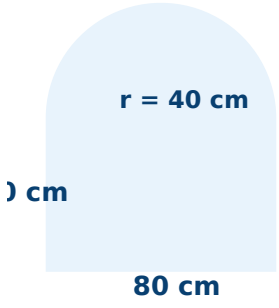
Ein Rasensprenger bewässert einen Kreissektor mit der Reichweite $r = 4$ m. Er lässt sich auf verschiedene Winkel einstellen.

a) Welche Fläche bewässert er bei 120°?
b) Welche bei 360°?
c) Bei welchem Winkel bewässert er genau $10\,\mathrm{m}^2$? (Gerundet)
d) Der Rasen ist $100\,\mathrm{m}^2$ groß. Wie viele Sprenger mit 360° braucht man mindestens, wenn sich die Kreise nicht überlappen?

Aufgabe 15

Aufgabe 15 – Das Fenster mit Rundbogen

Ein Fenster besteht aus einem Rechteck (80 cm breit, 120 cm hoch) mit einem aufgesetzten Halbkreis. Das Glas kostet *85\,€* pro m^2, die Holzleiste für den Rahmen *12\,€* pro Meter.

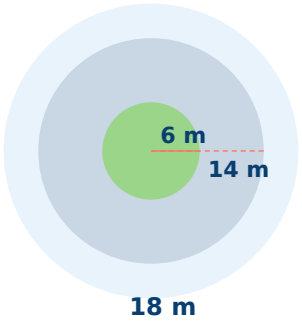


a) Wie groß ist der Radius des Halbkreises?
b) Berechne die Glasfläche in cm^2 und in m^2.
c) Berechne die Länge des Rahmens (ohne die gestrichelte Linie).
d) Berechne die Gesamtkosten für Glas und Holz.
e) Bei einem zweiten Fenster ist die Breite 60 cm und die Höhe des Rechtecks 100 cm. Berechne die Fläche und vergleiche.

Aufgabe 16

Aufgabe 16 – Der Kreisverkehr

Bei einem Kreisverkehr hat die grüne Mittelinsel den Radius 6 m. Die Fahrbahn reicht bis zum Radius 14 m. Außen folgt ein Gehweg bis zum Radius 18 m.



a) Berechne die Fläche der Mittelinsel.
b) Berechne die Fläche der Fahrbahn (Kreisring zwischen 6 m und 14 m).
c) Berechne die Fläche des Gehwegs (zwischen 14 m und 18 m).
d) Asphalt kostet *32*\,€ pro m^2, Gehwegpflaster *55*\,€ pro m^2. Wie teuer sind beide Beläge zusammen?
e) Welcher Anteil der gesamten Fläche (Radius 18 m) ist Fahrbahn?

Aufgabe 17

Aufgabe 17 – Das Beet im Garten

Eine quadratische Wiese hat die Seitenlänge 20 m. In der Mitte wird ein kreisrundes Beet mit dem Durchmesser 12 m angelegt. Es bekommt einen Zaun.

Größe	Wert
Wiese (Quadrat)	$20\,\mathrm{m} \times 20\,\mathrm{m}$
Beet (Kreis)	$d = 12\,\mathrm{m}$
Zaun	um das Beet
Preis Zaun	*14*\,€ pro Meter

a) Berechne die Fläche der Wiese und die des Beetes.
b) Wie groß bleibt die Rasenfläche?
c) Berechne die Länge und die Kosten des Zauns.
d) Wie viel Prozent der Wiese bedeckt das Beet?
e) Wie groß könnte das Beet höchstens werden, und welchen Anteil hätte es dann?

Aufgabe 18

Aufgabe 18 – Der Minutenzeiger

Der Minutenzeiger einer großen Turmuhr ist $1{,}2$ m lang. Seine Spitze wandert in jeder Stunde einmal um das Zifferblatt.

Zeit	Winkel	Weg der Spitze	überstrichene Fläche
60 min	?	?	?
20 min	?	?	?
15 min	?	?	?
5 min	?	?	?

a) Ergänze die Winkel für die vier Zeiten.
b) Berechne den Weg der Spitze in den vier Zeiten (Bogenlänge).
c) Berechne die überstrichene Fläche (Sektor) für die vier Zeiten.
d) Wie viele Kilometer legt die Spitze in einem Jahr (365 Tage) zurück?

Aufgabe 19

Aufgabe 19 – Quadrat im Kreis

Ein Quadrat wird so in einen Kreis mit dem Radius 5 cm gezeichnet, dass seine Ecken auf dem Kreis liegen.

a) Wie lang ist die Diagonale des Quadrats?
b) Berechne die Seitenlänge des Quadrats (Satz des Pythagoras) und seine Fläche.
c) Berechne die Kreisfläche.
d) Welchen Anteil der Kreisfläche bedeckt das Quadrat? Und wie groß ist der Rest?

Aufgabe 20

Aufgabe 20 – Knobelaufgabe: Das Seil um die Erde

Die Erde hat am Äquator einen Umfang von etwa $40\,075$ km. Ein Seil wird eng um den Äquator gelegt. Dann wird es um 1 m verlängert und rundherum gleichmäßig angehoben.

a) Berechne den Erdradius.
b) Um wie viel Meter wird der Radius des Seilkreises größer, wenn der Umfang um 1 m wächst?
c) Überrascht dich das Ergebnis? Berechne dasselbe für einen Tennisball ($r = 3{,}3$ cm).
d) Was folgt allgemein für die Radiusänderung bei Umfangsänderung?