Lösungen zur Klassenarbeit - Bruchterme und Bruchgleichungen

Klasse: Klasse 8 · Dauer: 45 Minuten · /20

Lösung zu Aufgabe 1 (3 BE/Punkte)

a) $x+4=0$ für $x=-4$: $\mathbb{D}=\mathbb{Q}\setminus\{-4\}$ (1 P.).
b) $\dfrac{(x+4)(x-4)}{x+4}=x-4$ für $x\neq -4$ (2 P.).
Kürzen ist erst möglich, nachdem der Zähler mit der dritten binomischen Formel faktorisiert wurde. Die Bedingung $x\neq -4$ gilt auch für den gekürzten Term, obwohl man dort -4 einsetzen könnte. Antwort: $x-4$ für $x\neq -4$.

Probe mit $x=0$: $\frac{-16}{4}=-4$ und $0-4=-4$. Bewertung: Wer x^2 und x kürzt, erhält keinen Punkt für b).

Lösung zu Aufgabe 2 (4 BE/Punkte)

a) $\dfrac{2(x+1)+3x}{x(x+1)}=\dfrac{5x+2}{x(x+1)}$ (2 P.).
b) $\dfrac{3x}{6}=\dfrac{x}{2}$ für $x\neq 1$ (1 P.).
c) $\dfrac{4}{x}\cdot\dfrac{x^2}{2}=2x$ für $x\neq 0$ (1 P.).
Bei a) wird jeder Bruch mit dem fehlenden Faktor erweitert, ausgeschlossen sind $x=0$ und $x=-1$. Bei b) und c) kürzt man vor dem Ausmultiplizieren. Bei c) wird mit dem Kehrbruch $\frac{x^2}{2}$ multipliziert.

Probe zu a) mit $x=1$: $2+\frac{3}{2}=3{,}5$ und $\frac{7}{2}=3{,}5$. Hauptnenner bei a) ist $x(x+1)$.

Lösung zu Aufgabe 3 (6 BE/Punkte)

a) $x\neq 0;-1$. $4x=2(x+1)$, also $2x=2$ und $x=1$ (3 P.). Probe: $2=2$.
b) $x\neq 0$. $\frac{5}{x}=1$, also $x=5$ (3 P.). Probe: $1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$.
Bei a) multipliziert man über Kreuz mit dem Hauptnenner $x(x+1)$. Bei b) addiert man zuerst $\frac{2}{3}$ auf beiden Seiten und erhält $\frac{5}{x}=1$. Beide Lösungen liegen in der Definitionsmenge. Antwort: $\mathbb{L}=\{1\}$ und $\mathbb{L}=\{5\}$.

Probe zu a): $\frac{4}{2}=2$ und $\frac{2}{1}=2$. Beide Lösungen sind zugelassen.

Lösung zu Aufgabe 4 (4 BE/Punkte)

a) Berger $\frac{1}{6}$, Geselle $\frac{1}{12}$ pro Tag (1 P.).
b) $\frac{1}{6}+\frac{1}{12}=\frac{1}{4}$, also 4 Tage (2 P.).

c) Berger schafft $\frac{2}{3}$ der Arbeit, der Geselle $\frac{1}{3}$: *1\,600\,€* und *800\,€* (1 P.).
Antwort: Gemeinsam brauchen die beiden 4 Tage. Berger leistet doppelt so viel wie der Geselle, deshalb erhält er zwei Drittel des Betrags, also 1600 €, der Geselle 800 €.

Probe: $\frac{2}{3} \cdot 2400 = 1600$ und $\frac{1}{3} \cdot 2400 = 800$.

Lösung zu Aufgabe 5 (3 BE/Punkte)

a) Links $\frac{15}{5} = 3$, rechts 11 (1 P.).
b) Der Term lässt sich nicht kürzen; erlaubt ist nur $\frac{x+5}{5} = \frac{x}{5} + 1$ (2 P.).
Finn hat den Summanden x mit dem Nenner gekürzt. Das ist verboten, weil x kein Faktor des ganzen Zählers ist. Erlaubt ist nur das Aufteilen des Bruchs in zwei Brüche mit demselben Nenner.

Probe für b) mit $x = 10$: $2 + 1 = 3$.