Lösungen zur Klassenarbeit - Binomische Formeln

Klasse: Klasse 8 · Dauer: 45 Minuten · /20

Lösung zu Aufgabe 1 (4 BE/Punkte)

a) Erste binomische Formel mit $a = x$, $b = 7$:
$(x + 7)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 7 + 7^2 = x^2 + 14x + 49$ (1,5 P.).

b) Zweite Formel mit $a = 3a$, $b = 5$: $(3a)^2 - 2 \cdot 3a \cdot 5 + 5^2 = 9a^2 - 30a + 25$ (1,5 P.).

c) Dritte Formel mit $a = 2x$, $b = 3y$: $(2x)^2 - (3y)^2 = 4x^2 - 9y^2$ (1 P.).

Punktabzug, wenn das Mittelglied fehlt oder der Faktor vor der Variablen nicht mitquadriert wird.

Probe zu b) mit $a = 1$: $(3 - 5)^2 = 4$ und $9 - 30 + 25 = 4$. Bei c) fällt das Mittelglied weg, weil sich $+6xy$ und $-6xy$ aufheben.

Lösung zu Aufgabe 2 (4 BE/Punkte)

a) $64 = 8^2$ und $16x = 2 \cdot x \cdot 8$, das Mittelglied ist negativ: $x^2 - 16x + 64 = (x - 8)^2$ (1 P.).

b) Differenz zweier Quadrate: $49 = 7^2$, $9z^2 = (3z)^2$. Also $(7 + 3z)(7 - 3z)$ (1 P.).

c) Zuerst den gemeinsamen Faktor 3 ausklammern: $3(x^2 - 9)$. Dann die dritte Formel: $3(x + 3)(x - 3)$ (2 P.; 1 P., wenn nur ausgeklammert wurde).

Probe zu c): $3(x + 3)(x - 3) = 3(x^2 - 9) = 3x^2 - 27$. Bewertung zu b): Die Faktoren dürfen auch in der Reihenfolge $(7 - 3z)(7 + 3z)$ stehen. Bei a) ist $(8 - x)^2$ ebenfalls richtig.

Lösung zu Aufgabe 3 (3 BE/Punkte)

a) $62 = 60 + 2$, erste binomische Formel: $60^2 + 2 \cdot 60 \cdot 2 + 2^2 = 3600 + 240 + 4 = 3844$ (1,5 P.).

b) Beide Faktoren liegen 1 von der Mitte 50 entfernt, dritte Formel:
$(50 - 1)(50 + 1) = 50^2 - 1^2 = 2500 - 1 = 2499$ (1,5 P.).

Die Zerlegung muss aufgeschrieben sein, ein bloßes Ergebnis ohne Rechenweg gibt nur die Hälfte der Punkte.

Kontrolle zu a): 62^2 muss auf 4 enden, weil $2^2 = 4$. Bei b) liegt das Ergebnis knapp unter $50^2 = 2500$, das passt. Beide Zerlegungen sparen Rechenarbeit.

Lösung zu Aufgabe 4 (5 BE/Punkte)

a) $(x+5)(x-5) = x^2 - 25$ (1 P.).
b) $900 - 25 = 875\,\mathrm{m}^2$ (1 P.).
c) Einsparung $25\,\mathrm{m}^2$, das sind *25\cdot48=1200*\,€ (2 P.).
d) Der Unterschied ist $x^2 - (x^2 - 25) = 25$; das x^2 fällt weg (1 P.).
Antwort: Die Stadt braucht $875\,\mathrm{m}^2$ Pflaster und spart gegenüber dem alten Platz $25\,\mathrm{m}^2$, also *1200*\,€. Die Einsparung ist unabhängig von der Größe des Platzes.

Probe für $x = 30$: $35 \cdot 25 = 875$. Bei d) gilt allgemein: Die Ersparnis ist immer 5^2.

Lösung zu Aufgabe 5 (4 BE/Punkte)

a) $x^2 + 10x + 25 - (x^2 - 6x + 9) = 16x + 16 = 48$, also $16x = 32$ und $x = 2$ (2 P.).
Probe: $49 - 1 = 48$.
b) $a^2 + 2ab + b^2 - a^2 + 2ab - b^2 = 4ab$ (2 P.).
Bei a) muss nach dem Ausmultiplizieren die zweite Klammer mit Minus aufgelöst werden: alle Vorzeichen drehen sich. Das quadratische Glied fällt weg, sodass eine lineare Gleichung entsteht.

Probe zu a): $(2+5)^2 - (2-3)^2 = 49 - 1 = 48$. Bei b) heben sich a^2 und b^2 auf, während sich die beiden Mittelglieder $2ab$ addieren, weil das zweite durch das Minus vor der Klammer sein Vorzeichen wechselt.