Lösungen - Terme aufstellen und umformen

Klasse: Klasse 7

Lösung zu Aufgabe 1

a) Man setzt jede Zahl für x ein und rechnet nach der Regel Punkt vor Strich. Für $x = 0$: $3 \cdot 0 + 5 = 5$. Für $x = 4$: $3 \cdot 4 + 5 = 12 + 5 = 17$. Für $x = -2$: $3 \cdot (-2) + 5 = -6 + 5 = -1$.

b) Negative Zahlen setzt man in Klammern ein: $(-1)^2 - 4 \cdot (-1) = 1 + 4 = 5$. Für $x = 3$: $3^2 - 4 \cdot 3 = 9 - 12 = -3$.

c) $12 - 2 \cdot 0 = 12$, $12 - 2 \cdot 5 = 2$, $12 - 2 \cdot 10 = -8$.

Antwort: Die Termwerte sind 5, 17, −1; 5, −3; 12, 2, −8.

Lösung zu Aufgabe 2

Beim Übersetzen achtest du auf die Signalwörter: „das Dreifache“ bedeutet Multiplizieren mit 3, „vermindert um“ bedeutet Subtrahieren, „die Hälfte“ bedeutet Teilen durch 2.

a) Erst das Dreifache, dann minus 7: $3x - 7$.

b) Das Doppelte von y ist $2y$, dazu kommt x: $x + 2y$.

c) $\frac{a}{2} + 4$.

d) Bei einer Differenz steht die zuerst genannte Zahl vorn: $10 - 5z$.

e) Die Summe muss in Klammern stehen, weil das Vierfache der ganzen Summe gemeint ist: $4(a + 3)$.

Lösung zu Aufgabe 3

Gleichartige Glieder (gleiche Variable) werden zusammengefasst, indem man ihre Koeffizienten addiert. Reine Zahlen fasst man getrennt zusammen.

a) $(6x + 2x) + (-4y + 9y) = 8x + 5y$.

b) $(5a - 2a) + (3 - 8) = 3a - 5$.

c) $(7m - 2m) + (-3n - n) = 5m - 4n$. Beachte: $-n$ bedeutet $-1n$.

d) $(2a - 5a) + (3b + b) - 4 = -3a + 4b - 4$.

Antwort: $8x + 5y$; $3a - 5$; $5m - 4n$; $-3a + 4b - 4$. Weiter lassen sich die Terme nicht vereinfachen, weil keine gleichartigen Glieder mehr übrig sind.

Lösung zu Aufgabe 4

Nach dem Distributivgesetz wird der Faktor vor der Klammer mit *jedem* Glied in der Klammer multipliziert.

a) $3 \cdot x + 3 \cdot 4 = 3x + 12$.

b) $5 \cdot 2a - 5 \cdot 3 = 10a - 15$.

c) Der Faktor ist negativ: $(-2) \cdot x + (-2) \cdot (-6) = -2x + 12$, denn Minus mal Minus ergibt Plus.

d) $x \cdot x + x \cdot 5 = x^2 + 5x$.

Antwort: $3x + 12$; $10a - 15$; $-2x + 12$; $x^2 + 5x$. Probe zum Beispiel bei a) mit $x = 1$: $3 \cdot 5 = 15$ und $3 + 12 = 15$.

Lösung zu Aufgabe 5

Man sucht den größten gemeinsamen Faktor aller Glieder, schreibt ihn vor die Klammer und teilt jedes Glied durch ihn.

a) ggT von 6 und 9 ist 3: $6x + 9 = 3(2x + 3)$. Probe: $3 \cdot 2x + 3 \cdot 3 = 6x + 9$.

b) ggT von 8 und 12 ist 4: $4(2a - 3b)$.

c) Gemeinsam sind die Zahl 5 und ein x: $5x(x + 2)$. Probe: $5x^2 + 10x$.

d) ggT von 14 und 21 ist 7: $7(2 - 3y)$.

Antwort: $3(2x + 3)$, $4(2a - 3b)$, $5x(x + 2)$, $7(2 - 3y)$.

Lösung zu Aufgabe 6

Zuerst werden alle Klammern aufgelöst, danach fasst man gleichartige Glieder zusammen.

a) $2x + 6 + 3x - 3 = 5x + 3$.

b) Vor der zweiten Klammer steht -3, also ändern sich beide Vorzeichen: $8a - 4 - 3a - 6 = 5a - 10$.

c) Minus vor der Klammer: $5 - x + 4 = 9 - x$.

d) $3x - 2x - 10 = x - 10$.

Antwort: $5x + 3$; $5a - 10$; $9 - x$; $x - 10$. Probe bei c) mit $x = 1$: $5 - (1 - 4) = 8$ und $9 - 1 = 8$. Der vereinfachte Term stimmt.

Lösung zu Aufgabe 7

a) Jede der x Personen zahlt *8{,}50\,€*: Kosten der Karten $8{,}5x$.

b) Pro Person kommen *4{,}20\,€* für Popcorn dazu: $8{,}5x + 4{,}2x = 12{,}7x$. Eine Person kostet also insgesamt *12{,}70\,€*.

c) Für $x = 5$: *12{,}7\cdot5=63{,}50\,€*.

d) Bei $10\,\%$ Rabatt zahlt man nur noch $90\,\%$, also den Faktor $0{,}9$: $0{,}9 \cdot 12{,}7x = 11{,}43x$. Für $x = 5$: *11{,}43\cdot5=57{,}15\,€*.

Antwort: Fünf Personen zahlen ohne Rabatt *63{,}50\,€* und mit Rabatt *57{,}15\,€*.

Lösung zu Aufgabe 8

a) Das feste Taschengeld beträgt 12 €. Für g Gartenarbeiten kommen $2g$ Euro dazu, für e Einkäufe $3e$ Euro. Term: $12 + 2g + 3e$.

b) *12+2\cdot3+3\cdot4=12+6+12=30\,€*.

c) *12+2\cdot5+3\cdot0=22\,€*.

d) Vom Einkommen werden 15 € abgezogen: $12 + 2g + 3e - 15 = 2g + 3e - 3$. Für $g = 4$, $e = 3$: *8+9-3=14\,€*.

Antwort: Mia verdient im Fall b) 30 €, im Fall c) 22 € und behält im Fall d) noch 14 € übrig.

Lösung zu Aufgabe 9

a) Ein Rechteck hat zwei Längen und zwei Breiten: $U = 2a + 2b$.

b) Man setzt $a = x + 3$ und $b = x$ ein: $U = 2(x + 3) + 2x = 2x + 6 + 2x = 4x + 6$.

c) Fläche = Länge mal Breite: $A = x(x + 3) = x^2 + 3x$.

d) Für $x = 5$: $U = 4 \cdot 5 + 6 = 26\,\mathrm{m}$ und $A = 5^2 + 3 \cdot 5 = 25 + 15 = 40\,\mathrm{m}^2$. Kontrolle: Das Feld ist $8\,\mathrm{m}$ lang und $5\,\mathrm{m}$ breit, $8 \cdot 5 = 40$.

Antwort: Umfang $26\,\mathrm{m}$, Fläche $40\,\mathrm{m}^2$.

Lösung zu Aufgabe 10

a) Einnahmen = Preis mal Anzahl für jede Ware: $2{,}5k + 1{,}2l$.

b) Vom Erlös wird die Standgebühr abgezogen: Gewinn $2{,}5k + 1{,}2l - 35$.

c) Für $k = 60$, $l = 80$: *2{,}5\cdot60+1{,}2\cdot80-35=150+96-35=211\,€*.

d) Wenn zu jedem Kuchen ein Glas verkauft wird, gilt $l = k$. Dann ist der Einnahmenterm $2{,}5k + 1{,}2k = 3{,}7k$, weil die Glieder gleichartig sind.

Antwort: Der Gewinn beträgt *211{,}00\,€*; der vereinfachte Einnahmenterm lautet $3{,}7k$.

Lösung zu Aufgabe 11

a) Die Kosten bestehen aus drei Teilen: die feste Anfahrt (25 €), der Lohn $48h$ für h Stunden und das Material m. Also $K = 25 + 48h + m$.

b) *K=25+48\cdot2{,}5+37{,}5=25+120+37{,}5=182{,}50\,€*.

c) Mit Mehrwertsteuer zahlt man $119\,\%$, also das $1{,}19$-Fache des Nettobetrags:

$B = 1{,}19(25 + 48h + m)$. Für Teil b): *1{,}19\cdot182{,}5=217{,}175\approx217{,}18\,€*.

Antwort: Netto kostet der Auftrag *182{,}50\,€*, brutto rund *217{,}18\,€*.

Lösung zu Aufgabe 12

a) Von Spalte zu Spalte kommen jeweils 3 Hölzer dazu: Für 4 Quadrate braucht man $10 + 3 = 13$, für 5 Quadrate $13 + 3 = 16$ Hölzer.

b) Das erste Quadrat braucht 4 Hölzer; jedes weitere Quadrat teilt sich eine Seite mit dem Nachbarn und braucht nur 3 neue Hölzer. Also $4 + 3(n - 1) = 4 + 3n - 3 = 3n + 1$. Probe: $n = 3$ ergibt 10.

c) $3 \cdot 12 + 1 = 37$ Hölzer.

d) $3n + 1 = 100$ ergibt $3n = 99$, also $n = 33$.

Antwort: Mit 100 Hölzern legt man genau 33 Quadrate.

Lösung zu Aufgabe 13

a) Beide Teile sind Rechtecke mit der Breite 4 m. Gemüsebereich: $4 \cdot x = 4x$. Blumenbereich: $4 \cdot 6 = 24\,\mathrm{m}^2$.

b) Erster Weg: Summe der Teilflächen $4x + 24$. Zweiter Weg: Das ganze Beet ist $x + 6$ lang, also $4(x + 6)$. Multipliziert man aus, erhält man $4x + 24$. Die Terme sind gleich (Distributivgesetz).

c) Für $x = 9$: $4 \cdot 9 + 24 = 60\,\mathrm{m}^2$.

d) $4x + 24 = 60$ führt zu $4x = 36$ und $x = 9$.

Antwort: Das Gemüsebeet ist dann $9\,\mathrm{m}$ lang.

Lösung zu Aufgabe 14

a) An drei Tagen läuft Lara je a km, das sind $3a$. Dazu kommt der lange Lauf $2a + 1$. Wochenstrecke: $3a + 2a + 1 = 5a + 1$.

b) Für $a = 4$: $5 \cdot 4 + 1 = 21$ km. Für $a = 3$: $5 \cdot 3 + 1 = 16$ km.

c) Ben: $4b + \frac{b}{2} = 4b + 0{,}5b = 4{,}5b$.

d) Für $a = b = 4$ läuft Lara 21 km, Ben $4{,}5 \cdot 4 = 18$ km.

Antwort: Lara läuft 3 km mehr als Ben.

Lösung zu Aufgabe 15

a) Grundgebühren: *3\cdot9=27\,€*. Datenpakete für zwei Personen: *2\cdot4=8\,€*. Minutenpreis für alle Minuten: $0{,}06(m_1 + m_2 + m_3)$. Zusammen: $35 + 0{,}06(m_1 + m_2 + m_3)$.

b) $120 + 200 + 80 = 400$ Minuten, also *0{,}06\cdot400=24\,€*. Gesamt:

35+24=59{,}00\,€.

c) Mit $m_1 = m_2 = m_3 = m$: $35 + 0{,}06 \cdot 3m = 35 + 0{,}18m$.

d) Nur die Grundgebühr wird um 10 % gesenkt: $0{,}9 \cdot 27 = 24{,}3$. Neuer Term: $24{,}3 + 8 + 0{,}06(m_1 + m_2 + m_3) = 32{,}3 + 0{,}06(m_1 + m_2 + m_3)$.

Antwort: Im Fall b) zahlt die Familie *59{,}00\,€*.

Lösung zu Aufgabe 16

a) Einnahmen: $2{,}5k + 3w + 1{,}5g$.

b) Kosten: Einkauf $0{,}8k + 1{,}2w + 0{,}5g$ plus Standgebühr, also $0{,}8k + 1{,}2w + 0{,}5g + 40$.

c) Gewinn = Einnahmen minus Kosten. Man subtrahiert jeweils die gleichartigen Glieder: $(2{,}5 - 0{,}8)k + (3 - 1{,}2)w + (1{,}5 - 0{,}5)g - 40 = 1{,}7k + 1{,}8w + g - 40$.

d) *1{,}7\cdot60+1{,}8\cdot80+150-40=102+144+150-40=356\,€*.

e) Mit Spenden: *356+25=381\,€*. Jedes Getränk bringt genau *1\,€* Gewinn, also wären 25 Getränke mehr nötig gewesen.

Lösung zu Aufgabe 17

a) Umfang: $U = 2 \cdot 3 + 2(2x + 1) = 6 + 4x + 2 = 4x + 8$. Fläche: $A = 3(2x + 1) = 6x + 3$.

b) Platten kosten *35\,€* je m², Randsteine *12\,€* je m: $K = 35(6x + 3) + 12(4x + 8) = 210x + 105 + 48x + 96 = 258x + 201$.

c) Für $x = 4$: $A = 27\,\mathrm{m}^2$, $U = 24\,\mathrm{m}$, *K=258\cdot4+201=1233\,€*.

d) $258x + 201 \leq 1500$ ergibt $258x \leq 1299$, also $x \leq 5{,}03$. Für die ganze Zahl $x = 5$ ist die Terrasse $2 \cdot 5 + 1 = 11\,\mathrm{m}$ lang und kostet *258\cdot5+201=1491\,€*.

Antwort: x darf höchstens etwa 5 sein; die Terrasse ist dann 11 m lang.

Lösung zu Aufgabe 18

a) Man setzt jeden Wert in alle drei Terme ein. $x = -1$: 4, 4, 1. $x = 0$: 6, 6, 3. $x = 2$: 10, 10, 7. $x = 5$: 16, 16, 13.

b) $2(x + 3)$ und $2x + 6$ sind äquivalent, denn Ausmultiplizieren ergibt $2x + 6$. Der Term $2x + 3$ ist immer um 3 kleiner. Lena hat also recht.

c) Gegenbeispiel $x = 0$: $2(0 + 3) = 6$, aber $2 \cdot 0 + 3 = 3$. Ein einziges Gegenbeispiel genügt.

d) $3(x + 4) - 3x = 3x + 12 - 3x = 12$. Die Variable fällt weg.

Antwort: Der Term hat für jedes x den Wert 12.

Lösung zu Aufgabe 19

a) Bus: 450 € fest. Übernachtungen: 3 Nächte zu 24 € für n Personen, also $72n$. Eintritte: $8n$. Gesamt: $450 + 72n + 8n = 450 + 80n$.

b) Für $n = 28$: *450+80\cdot28=450+2240=2690\,€*.

c) Die Gesamtkosten werden durch n geteilt: $\frac{450+80n}{n} = \frac{450}{n} + 80$. Für $n = 28$: *\frac{450}{28}+80\approx16{,}07+80=96{,}07\,€*.

d) Jede weitere Person erhöht die Gesamtkosten um den Koeffizienten von n, also um 80 €.

Antwort: Die Reise kostet 2690 €, pro Person etwa 96,07 €.

Lösung zu Aufgabe 20

a) Man übersetzt jeden Schritt: verdoppeln $2x$, plus 10: $2x + 10$, halbieren: $\frac{2x+10}{2} = x + 5$, minus x: $x + 5 - x = 5$. Die Variable fällt weg, deshalb kommt bei jeder Startzahl 5 heraus.

b) Drei aufeinanderfolgende Zahlen sind n, $n + 1$, $n + 2$. Summe: $3n + 3 = 3(n + 1)$. Der Faktor 3 zeigt, dass die Summe durch 3 teilbar ist.

c) Links $(3 + 2)^2 = 25$, rechts $9 + 12 + 4 = 25$. Damit:
$51^2 = 50^2 + 2 \cdot 50 \cdot 1 + 1^2 = 2500 + 100 + 1 = 2601$.