Lösungen - Rationale Zahlen

Klasse: Klasse 7

Lösung zu Aufgabe 1

a) Auf der Zahlengeraden liegen kleinere Zahlen weiter links. Unter den negativen Zahlen ist die mit dem größeren Betrag die kleinere. Ordnung: -5.

b) Der Betrag ist der Abstand zur Null und daher nie negativ: $|-7| = 7$, $|4{,}2| = 4{,}2$, ■ .

c) Die Gegenzahl liegt spiegelbildlich zur Null: Zu -8 gehört 8, zu $2{,}5$ gehört $-2{,}5$. Die Null ist ihre eigene Gegenzahl.

Lösung zu Aufgabe 2

a) Man zählt die Einheiten ab der Null: $A = -3$, $B = -1$, $C = 2$.

b) Der Abstand ist die größere minus die kleinere Koordinate: $AB = -1 - (-3) = 2$, $BC = 2 - (-1) = 3$, $AC = 2 - (-3) = 5$. Kontrolle: $AB + BC = 2 + 3 = 5 = AC$.

c) Die Mitte ist der Mittelwert der beiden Koordinaten: $\frac{-3+2}{2} = \frac{-1}{2} = -0{,}5$. Von A aus sind es $2{,}5$ Einheiten nach rechts, von C aus $2{,}5$ nach links.

Antwort: Die Mitte liegt bei $-0{,}5$.

Lösung zu Aufgabe 3

Bei gleichen Vorzeichen addiert man die Beträge und behält das Vorzeichen. Bei verschiedenen Vorzeichen subtrahiert man die Beträge und nimmt das Vorzeichen der Zahl mit dem größeren Betrag.

a) $-(6 + 9) = -15$. **b)** $12 - 7 = 5$, Vorzeichen von -12: -5. **c)** $15 - 8 = 7$, also -7. **d)** Zahl plus Gegenzahl: 0.

e) Subtrahieren einer negativen Zahl heißt Addieren der Gegenzahl: $5 + 3 = 8$. **f)** $-7 + 7 = 0$.

Antwort: −15; −5; −7; 0; 8; 0.

Lösung zu Aufgabe 4

Man rechnet zuerst mit den Beträgen und bestimmt dann das Vorzeichen.

a) $6 \cdot 7 = 42$, verschiedene Vorzeichen: -42.

b) $8 \cdot 5 = 40$, gleiche Vorzeichen: $+40$.

c) $48 : 6 = 8$, verschiedene Vorzeichen: -8.

d) $72 : 9 = 8$, gleiche Vorzeichen: $+8$.

e) Drei negative Faktoren, also ungerade Anzahl: Ergebnis negativ. $(-2) \cdot (-3) = 6$,

$6 \cdot (-4) = -24$.

Antwort: -42; 40; -8; 8; -24.

Lösung zu Aufgabe 5

Reihenfolge: Klammern, dann Punktrechnung, dann Strichrechnung von links nach rechts.

a) $-15 + 8 - (-6) = -15 + 8 + 6 = -1$.

b) Von links: $(-9) \cdot 4 = -36$, dann $-36 : (-3) = 12$.

c) Erst multiplizieren: $-2{,}5 \cdot (-6) = 15$, dann $15 + 1{,}5 = 16{,}5$.

d) $2 \cdot (-4) = -8$, also $3 - (-8) = 3 + 8 = 11$.

e) Klammer zuerst: $3 - 8 = -5$, dann $(-5) \cdot (-2) = 10$.

Antwort: -1; 12; 16,5; 11; 10.

Lösung zu Aufgabe 6

a) Gleichnamig machen: $-\frac{3}{4} + \frac{2}{4} = -\frac{1}{4}$, denn $3 > 2$ und die Zahl mit dem größeren Betrag ist negativ.

b) Zwei negative Faktoren ergeben ein positives Produkt: $\frac{2 \cdot 9}{3 \cdot 4} = \frac{18}{12} = \frac{3}{2}$.

c) $0{,}75 - 1{,}25 = -0{,}5$, da man mehr abzieht, als da ist.

d) Durch einen Bruch teilt man, indem man mit dem Kehrwert multipliziert: $\frac{3}{5} \cdot \frac{10}{9} = \frac{30}{45} = \frac{2}{3}$. Das Ergebnis ist positiv (zwei negative Zahlen).

Antwort: $-\frac{1}{4}$; $\frac{3}{2}$; $-0{,}5$; $\frac{2}{3}$.

Lösung zu Aufgabe 7

a) Unterschied = Mittagswert minus Nachtwert. Berlin: $3 - (-4) = 7$ Grad. Oslo: $-2 - (-11) = 9$ Grad. Madrid: $14 - 6 = 8$ Grad. Moskau: $-9 - (-17) = 8$ Grad.

b) Die kleinste Nachttemperatur ist $-17\,^{\circ}\mathrm{C}$ in Moskau.

c) $(-4 - 11 + 6 - 17) : 4 = -26 : 4 = -6{,}5\,^{\circ}\mathrm{C}$.

d) $-17 + 12 = -5\,^{\circ}\mathrm{C}$.

Antwort: Den größten Tagesunterschied hat Oslo mit 9 Grad; die mittlere Nachttemperatur beträgt $-6{,}5\,^{\circ}\mathrm{C}$.

Lösung zu Aufgabe 8

a) Man rechnet jede Buchung zum letzten Stand: *120-45{,}50=74{,}50\,€*; *74{,}50+30=104{,}50\,€*; *104{,}50-89{,}99=14{,}51\,€*.

b) Nach der dritten Buchung beträgt der Kontostand *14{,}51\,€*. Er ist positiv und liegt weit über der Grenze von *-50\,€*. Die Buchung war also erlaubt, Ben hat sein Konto

nicht einmal überzogen.

c) Gesucht ist die Differenz zwischen Ziel und aktuellem Stand: *100-14{,}51=85{,}49\,€*.

Antwort: Ben muss *85{,}49\,€* einzahlen.

Lösung zu Aufgabe 9

a) Abwärts bedeutet Subtrahieren, aufwärts Addieren: $7-8=-1$ (obere Tiefgarage), $-1+3=2$ (2. Stock), $2-4=-2$ (untere Tiefgarage).

b) Für die Fahrstrecke zählen die Beträge der Bewegungen: $8+3+4=15$ Etagen.

c) Abstand zweier Zahlen: $12-(-2)=14$ Etagen.

d) $14\cdot 3=42\,\mathrm{m}$.

Antwort: Der Aufzug hält in Etage −1, 2 und −2; er fährt 15 Etagen; der Höhenunterschied im Haus beträgt 42 m.

Lösung zu Aufgabe 10

a) Man ordnet die Höhen: -430. Reihenfolge: Totes Meer, Kaspisches Meer, Berlin, Zugspitze.

b) Höhenunterschied = höhere minus tiefere Lage: $2962-(-430)=2962+430=3392\,\mathrm{m}$.

c) Aufsteigen heißt plus, abtauchen heißt minus: $-18+7=-11$, dann $-11-12=-23$.

Antwort: Zwischen Zugspitze und Totem Meer liegen 3392 m; die Taucherin befindet sich am Ende in 23 m Tiefe.

Lösung zu Aufgabe 11

a) Man addiert die Punkte Runde für Runde: 15; $15-8=7$; $7-12=-5$; $-5+20=15$; $15-5=10$.

b) Rot: 10 Punkte. Blau: $-3+9=6$, $6+14=20$, $20-18=2$, $2+6=8$ Punkte.

c) $10-8=2$. Team Rot gewinnt mit 2 Punkten Vorsprung.

d) Durchschnitt = Summe durch Anzahl: $10:5=2$ Punkte pro Runde.

Antwort: Rot gewinnt 10 zu 8 und erzielt im Mittel 2 Punkte je Runde.

Lösung zu Aufgabe 12

a) Tordifferenz = Tore minus Gegentore. A: $28-15=+13$. B: $19-23=-4$. C: $22-22=0$. D: $14-31=-17$.

b) Man ordnet die Differenzen von groß nach klein: $+13>0>-4>-17$. Reihenfolge: A, C, B, D.

c) Bei $0:3$ kommen 0 Tore und 3 Gegentore hinzu. Neue Differenz: $17-34=-17-3=-20$.

Antwort: Mannschaft D hat dann eine Tordifferenz von -20 und bleibt Letzter.

Lösung zu Aufgabe 13

a) Man addiert alle Ergebnisse: $240-85=155$, $155-130=25$, $25+310=335$, $335-45=290$, *290+95=385*\,€.

b) *385:6\approx64{,}17*\,€ pro Monat.

c) Verluste sind die negativen Werte: Februar, März und Mai.

d) Bis zum Ziel fehlen *1000-385=615*\,€. Verteilt auf sechs Monate: *615:6=102{,}50*\,€.

Antwort: Das Halbjahr bringt *385*\,€ Gewinn; im zweiten Halbjahr sind im Mittel *102{,}50*\,€ pro Monat nötig.

Lösung zu Aufgabe 14

Die Temperatur sinkt pro Kilometer um $6{,}5$ Grad, also gilt $T=15-6{,}5\cdot h$ (Höhe h in km).

a) $15-3\cdot 6{,}5=15-19{,}5=-4{,}5\,^\circ\mathrm{C}$.

b) $15-10\cdot 6{,}5=15-65=-50\,^\circ\mathrm{C}$.

c) Null Grad: $15-6{,}5h=0$, also $h=15:6{,}5\approx 2{,}308\,\mathrm{km}$. Auf $10\,\mathrm{m}$ gerundet: $2310\,\mathrm{m}$.

Antwort: In 3 km Höhe herrschen $-4{,}5\,^\circ\mathrm{C}$, in 10 km $-50\,^\circ\mathrm{C}$; die Nullgradgrenze liegt bei etwa 2310 m.

Lösung zu Aufgabe 15

a) Höchster Wert 2, tiefster Wert $-10{,}5$: $2-(-10{,}5)=12{,}5\,^\circ\mathrm{C}$.

b) Negativ sind die Werte am Mo, Di, Mi, Do und So, also an 5 Tagen.

c) Änderung = neuer minus alter Wert: Di $-7-(-4{,}5)=-2{,}5$; Mi $-3{,}5$; Do $+7{,}5$; Fr $+5$; Sa $-0{,}5$; So $-7{,}5$.

d) Summe: $-27{,}5$. Mittelwert: $-27{,}5:7\approx -3{,}93\,^\circ\mathrm{C}$.

e) Der größte Anstieg war von Mi auf Do ($+7{,}5$), der größte Abfall von Sa auf So ($-7{,}5$). Beide Änderungen haben denselben Betrag.

Lösung zu Aufgabe 16

a) Man addiert jede Änderung zum Vortageskurs: Di *48{,}20+1{,}35=49{,}55*\,€; Mi *49{,}55-2{,}80=46{,}75*\,€; Do *46{,}75-0{,}95=45{,}80*\,€; Fr *45{,}80+3{,}10=48{,}90*\,€.

b) *1{,}35-2{,}80-0{,}95+3{,}10=0{,}70*\,€. Kontrolle: $48{,}90-48{,}20=0{,}70$.

c) Höchster Kurs am Dienstag (*49{,}55\,€*), niedrigster am Donnerstag (*45{,}80\,€*).

d) *50-48{,}90=1{,}10\,€*.

Antwort: Über die Woche stieg die Aktie um 70 Cent.

Lösung zu Aufgabe 17

a) Man addiert die Bewegungen nacheinander: $0 - 12 = -12$; $-12 - 8 = -20$; $-20 + 5 = -15$; $-15 - 15 = -30$; $-30 + 20 = -10$.

b) Der kleinste Wert ist $-30\,\mathrm{m}$ nach Schritt 4.

c) Für die Strecke zählt man die Beträge: $12 + 8 + 5 + 15 + 20 = 60\,\mathrm{m}$.

d) $70 - 60 = 10\,\mathrm{m}$ Reserve.

e) Am Ende ist sie bei $-10\,\mathrm{m}$, also 10 m unter der Oberfläche.

Antwort: Tiefster Punkt 30 m, Strecke 60 m, es bleiben 10 m Reserve.

Lösung zu Aufgabe 18

a) Änderung = neuer Wert minus alter Wert: Di $-0{,}30 - (-0{,}45) = +0{,}15$; Mi $+0{,}45$; Do $+0{,}45$; Fr $0{,}25 - 0{,}60 = -0{,}35$ (in m).

b) Summe: $-0{,}45 - 0{,}30 + 0{,}15 + 0{,}60 + 0{,}25 = 0{,}25$. Mittel: $0{,}25 : 5 = 0{,}05\,\mathrm{m}$.

c) Positive Abweichungen: Mittwoch, Donnerstag, Freitag.

d) Nur am Donnerstag gilt $0{,}60 > 0{,}50$.

e) $0{,}25 - 0{,}35 - 0{,}40 = -0{,}50\,\mathrm{m}$. Am Sonntag liegt der Pegel 50 cm unter dem Mittel.

Lösung zu Aufgabe 19

a) Man addiert jeweils zwei Nachbarsteine: Reihe 3: $-3 + 5 = 2$, $5 + (-2) = 3$, $-2 + 4 = 2$. Reihe 2: $2 + 3 = 5$, $3 + 2 = 5$. Spitze: $5 + 5 = 10$.

b) Mit x: Reihe 3: $x + 5$, 3, 2. Reihe 2: $x + 5 + 3 = x + 8$ und 5. Spitze: $x + 8 + 5 = x + 13$. Kontrolle mit $x = -3$: 10.

c) $x + 13 = 0$ ergibt $x = -13$.

d) $x + 13 = -7$ ergibt $x = -20$.

Antwort: Spitze 10; für die Spitze 0 braucht man $x = -13$, für -7 braucht man $x = -20$.

Lösung zu Aufgabe 20

a) Das Produkt ist negativ, also hat genau eine Zahl ein Minuszeichen. Die Summe ist negativ, also hat die negative Zahl den größeren Betrag. Paare mit Produkt 10 sind 1 und 10 sowie 2 und 5. Nur 2 und -5 passen: $2 + (-5) = -3$, $2 \cdot (-5) = -10$.

b) Zwei Zahlen haben den Abstand 4 von der Null: $x = 4$ oder $x = -4$. Bei $|x - 1| = 3$

hat x den Abstand 3 von der 1: $x = 4$ oder $x = -2$.

c) $-\frac{1}{3} = -0{,}333\ldots$ liegt weiter links als $-0{,}33$. Also ist $-0{,}33$ größer.