Lösungen - Prozentrechnung

Klasse: Klasse 7

Lösung zu Aufgabe 1

a) Umrechnen: Bruch → Dezimalzahl durch Teilen, Dezimalzahl → Prozent durch Multiplizieren mit 100.

$\frac{3}{5} = 3 : 5 = 0{,}6 = 60\,\%$.

$0{,}35 = \frac{35}{100} = \frac{7}{20} = 35\,\%$.

$7\,\% = \frac{7}{100} = 0{,}07$.

$\frac{1}{8} = 1 : 8 = 0{,}125 = 12{,}5\,\%$.

b) In Prozent lassen sich die Anteile direkt vergleichen: $60\,\% > 35\,\% > 12{,}5\,\% > 7\,\%$.

Antwort: Der größte Anteil ist $\frac{3}{5} = 60\,\%$, der kleinste $7\,\%$.

Lösung zu Aufgabe 2

Man nutzt einfache Anteile: $10\,\% = \frac{1}{10}$, $25\,\% = \frac{1}{4}$, $50\,\% = \frac{1}{2}$.

a) $10\,\%$ heißt durch 10 teilen: *340:10=34\,€*.

b) $25\,\%$ ist ein Viertel: $120 : 4 = 30$ kg.

c) $50\,\%$ ist die Hälfte: $86 : 2 = 43$ m.

d) $5\,\%$ ist die Hälfte von $10\,\%$: $10\,\%$ sind 6, also $5\,\%$ sind 3 Schüler.

e) $75\,\%$ sind drei Viertel: $48 : 4 = 12$, $3 \cdot 12 = 36$ Liter.

Lösung zu Aufgabe 3

Prozentsatz = Prozentwert durch Grundwert. Man kürzt den Bruch und rechnet in Hundertstel um.

a) $\frac{9}{36} = \frac{1}{4} = \frac{25}{100} = 25\,\%$.

b) $\frac{45}{60} = \frac{3}{4} = \frac{75}{100} = 75\,\%$.

c) $\frac{14}{80} = \frac{7}{40} = 0{,}175 = 17{,}5\,\%$.

d) $\frac{3}{12} = \frac{1}{4} = 25\,\%$.

Antwort: 25 %, 75 %, 17,5 % und 25 %. Auffällig: a) und d) ergeben denselben Prozentsatz, obwohl die Zahlen verschieden sind, weil beide Brüche $\frac{1}{4}$ sind.

Lösung zu Aufgabe 4

Gesucht ist jeweils der Grundwert: $G = W : \frac{p}{100}$. Danach wird mit $W = G \cdot \frac{p}{100}$ die

Probe gemacht.

a) $G = 33 : 0{,}15 = 220$. Probe: $220 \cdot 0{,}15 = 33$. Der Betrag ist *220\,€*.

b) $G = 52 : 0{,}4 = 130$. Probe: $130 \cdot 0{,}4 = 52$. Die Strecke ist 130 km lang.

c) $G = 14 : 0{,}08 = 175$. Probe: $175 \cdot 0{,}08 = 14$. Die Menge beträgt 175 kg.

d) Hier ist der Prozentsatz größer als 100 %, also muss der Grundwert kleiner als 90 € sein: $G = 90 : 1{,}2 = 75$. Probe: $75 \cdot 1{,}2 = 90$. Der Preis betrug *75\,€*.

Lösung zu Aufgabe 5

a) Rabatt = Preis mal Prozentsatz: *80\cdot0{,}15=12\,€*. Angebotspreis: *80-12=68\,€*. Schneller mit dem Faktor: *80\cdot0{,}85=68\,€*.

b) *65\cdot0{,}2=13\,€* Rabatt. Angebotspreis: *65-13=52\,€*, oder *65\cdot0{,}8=52\,€*.

c) In Euro spart man bei den Schuhen mehr, denn *13\,€>12\,€*. Auch der Prozentsatz ist bei den Schuhen größer ($20\,\% > 15\,\%$). Das ist nicht selbstverständlich, denn die Schuhe sind billiger als die Jacke.

Antwort: Jacke 68 €, Schuhe 52 €; bei den Schuhen spart man mehr.

Lösung zu Aufgabe 6

a) Steuer: *240\cdot0{,}19=45{,}60\,€*. Bruttopreis: *240+45{,}60=285{,}60\,€*, oder direkt *240\cdot1{,}19=285{,}60\,€*.

b) Der Bruttopreis entspricht $119\,\%$ des Nettopreises. Also ist der Nettopreis *59{,}50:1{,}19=50{,}00\,€*. Enthaltene Steuer: *59{,}50-50=9{,}50\,€*.

c) *18\cdot1{,}07=19{,}26\,€*.

Achtung bei b): Man darf nicht $19\,\%$ von *59{,}50\,€* abziehen, weil sich die Steuer auf den Nettopreis bezieht. Antwort: 285,60 €; 50 € netto mit 9,50 € Steuer; 19,26 €.

Lösung zu Aufgabe 7

a) Faktor $1{,}1$: Brezel *0{,}88\,€*, Schorle *1{,}32\,€*, Brötchen *1{,}65\,€*.
b) Vorher: *60\cdot0{,}80+45\cdot1{,}20+30\cdot1{,}50=48+54+45=147{,}00\,€*. Nachher: *52{,}80+59{,}40+49{,}50=161{,}70\,€*.
c) Die Einnahme steigt um *14{,}70\,€*, das sind $\frac{14{,}70}{147} = 10\,\%$. Alle Preise steigen um denselben Faktor, also auch die Summe.
d) Es werden 54 Brezeln verkauft: *54\cdot0{,}88=47{,}52\,€* statt *48{,}00\,€*. Die Einnahme sinkt leicht, die Erhöhung lohnt sich bei den Brezeln nicht.

Lösung zu Aufgabe 8

a) Anzahlung: *4200\cdot0{,}3=1260\,€*.

b) Rest: *4200-1260=2940\,€*, das sind $70\,\%$ der Gesamtkosten.

c) Auf 25 Personen verteilt: *2940:25=117{,}60\,€* pro Person.

d) Zuschuss des Fördervereins: *4200\cdot0{,}15=630\,€*. Die Klasse muss noch *4200-630=3570\,€* aufbringen. Pro Person: *3570:25=142{,}80\,€*. Ohne Zuschuss wären es *4200:25=168\,€* gewesen.

Antwort: Mit Zuschuss zahlt jede Person insgesamt *142{,}80\,€*, also *25{,}20\,€* weniger.

Lösung zu Aufgabe 9

a) Trefferquote = Tore durch Schüsse. Anna: $\frac{9}{12} = 0{,}75 = 75\,\%$. Bea: $\frac{9}{15} = 0{,}6 = 60\,\%$. Cara: $\frac{6}{8} = 75\,\%$. Dilara: $\frac{13}{20} = 0{,}65 = 65\,\%$.

b) Anna und Cara haben mit je $75\,\%$ die beste Quote. Annas Wert ist aber aussagekräftiger, weil sie mehr Schüsse abgegeben hat. Bea hat zwar genauso viele Tore wie Anna, aber mehr Schüsse gebraucht.

c) Neu: $9 + 8 = 17$ Tore bei $12 + 8 = 20$ Schüssen, $\frac{17}{20} = 85\,\%$.

Antwort: Annas neue Quote beträgt 85 %.

Lösung zu Aufgabe 10

a) Wahlbeteiligung = Wähler durch Wahlberechtigte: $\frac{250}{400} = 0{,}625 = 62{,}5\,\%$.

b) Grundwert sind die 250 abgegebenen Stimmen. Lea: $250 \cdot 0{,}44 = 110$. Max: $250 \cdot 0{,}36 = 90$. Mia erhält $100\,\% - 44\,\% - 36\,\% = 20\,\%$, also $250 \cdot 0{,}2 = 50$ Stimmen. Kontrolle: $110 + 90 + 50 = 250$.

c) $44 - 36 = 8$ Prozentpunkte, das sind $110 - 90 = 20$ Stimmen.

d) Grundwert ist Mias Stimmenzahl: $\frac{110-50}{50} = \frac{60}{50} = 1{,}2 = 120\,\%$.

Antwort: Lea hat 120 % mehr Stimmen als Mia.

Lösung zu Aufgabe 11

a) Erhöhung um $8\,\%$: Faktor $1 + 0{,}08 = 1{,}08$. Neuer Preis *320\cdot1{,}08=345{,}60\,€*.

b) Senkung um $12\,\%$: Faktor $1 - 0{,}12 = 0{,}88$. Neuer Preis *320\cdot0{,}88=281{,}60\,€*.

c) Der neue Preis ist das $1{,}08$-Fache des alten. Rückwärts teilt man: *410{,}40:1{,}08=380{,}00\,€*. Probe: $380 \cdot 1{,}08 = 410{,}40$.

d) Der neue Preis ist das $0{,}95$-Fache: *247:0{,}95=260{,}00\,€*. Probe: $260 \cdot 0{,}95 = 247$.

Antwort: 345,60 €; 281,60 €; 380 €; 260 €.

Lösung zu Aufgabe 12

Prozentuale Änderung = Änderung durch alten Wert.

a) Änderung *+5\,€*, alter Wert *20\,€*: $\frac{5}{20} = 25\,\%$ Zunahme.

b) Änderung *-5\,€*, alter Wert *25\,€*: $\frac{5}{25} = 20\,\%$ Abnahme.

c) Änderung *0{,}30\,€*: $\frac{0{,}30}{2{,}40} = 0{,}125 = 12{,}5\,\%$ Zunahme.

d) Änderung *75\,€*: $\frac{75}{500} = 15\,\%$ Abnahme.

e) Die Differenz ist zwar beide Male 5 €, aber der Grundwert ist verschieden: In a) bezieht man sich auf 20 €, in b) auf 25 €. Bei größerem Grundwert ergibt derselbe Betrag einen kleineren Prozentsatz.

Lösung zu Aufgabe 13

a) Grundwert ist das Gemüsebeet mit $12\,\mathrm{m}^2$. Tomaten: $12 \cdot 0{,}35 = 4{,}2\,\mathrm{m}^2$. Salat: $12 \cdot 0{,}25 = 3\,\mathrm{m}^2$.

b) Kräuter: $100\,\% - 35\,\% - 25\,\% = 40\,\%$, also $12 \cdot 0{,}4 = 4{,}8\,\mathrm{m}^2$. Kontrolle: $4{,}2 + 3 + 4{,}8 = 12$.

c) Gesamtfläche $12 + 18 = 30\,\mathrm{m}^2$. Anteil: $\frac{12}{30} = 0{,}4 = 40\,\%$.

d) Vergrößerung um $25\,\%$: $12 \cdot 1{,}25 = 15\,\mathrm{m}^2$.

Antwort: Das vergrößerte Gemüsebeet ist 15 m² groß.

Lösung zu Aufgabe 14

a) Duschen und Baden: $125 \cdot 0{,}36 = 45$ Liter. Toilette: $125 \cdot 0{,}27 = 33{,}75$ Liter.

b) Gespart werden $30\,\%$ der Duschmenge: $45 \cdot 0{,}3 = 13{,}5$ Liter pro Tag und Person.

c) Vier Personen, 365 Tage: $13{,}5 \cdot 4 \cdot 365 = 19\,710$ Liter.

d) $1\,\mathrm{m}^3 = 1000$ Liter, also $19\,710$ l $= 19{,}71\,\mathrm{m}^3$. Kosten: *19{,}71\cdot4=78{,}84\,€*.

Antwort: Die Familie spart im Jahr fast 20 000 Liter Wasser und *78{,}84\,€*.

Lösung zu Aufgabe 15

a) Händler A: Erst $15\,\%$ Rabatt, Faktor $0{,}85$: *480\cdot0{,}85=408\,€*. Dann $5\,\%$ Skonto auf diesen Preis, Faktor $0{,}95$: *408\cdot0{,}95=387{,}60\,€*.

b) Händler B: *480\cdot0{,}8=384\,€*, dazu Versand: *384+12{,}90=396{,}90\,€*.

c) Händler A ist günstiger, und zwar um *396{,}90-387{,}60=9{,}30\,€*.

d) Gesamtfaktor bei A: $0{,}85 \cdot 0{,}95 = 0{,}8075$. Man zahlt $80{,}75\,\%$ und spart $19{,}25\,\%$. Es sind keine $20\,\%$, weil sich das Skonto auf den bereits reduzierten Preis bezieht und nicht auf den Listenpreis von *480\,€*.

Lösung zu Aufgabe 16

a) Alle Anteile zusammen ergeben $100\,\%$: $100 - 14 - 9 - 18 - 22 = 37\,\%$ für „Sonstiges“.

b) Grundwert 3600 kWh: Kühlen $3600 \cdot 0{,}14 = 504$ kWh, Licht 324 kWh, Waschen 648 kWh, TV/PC 792 kWh, Sonstiges 1332 kWh. Summe: 3600 kWh.

c) Gesamt: *3600\cdot0{,}32=1152{,}00\,€*. Kühlschrank: *504\cdot0{,}32=161{,}28\,€*.

d) Ersparnis: $504 \cdot 0{,}4 = 201{,}6$ kWh, also *201{,}6\cdot0{,}32\approx64{,}51\,€* pro Jahr. $450 : 64{,}51 \approx 6{,}98$.

Antwort: Nach etwa 7 Jahren hat sich der neue Kühlschrank bezahlt gemacht.

Lösung zu Aufgabe 17

a) Grundwert sind die 200 Befragten. Fußball $\frac{76}{200} = 38\,\%$, Basketball $\frac{38}{200} = 19\,\%$, Schwimmen $\frac{30}{200} = 15\,\%$, Tennis $\frac{22}{200} = 11\,\%$, Sonstige $\frac{34}{200} = 17\,\%$. Summe: $100\,\%$.

b) $100\,\%$ entsprechen $360°$, also $1\,\%$ entspricht $3{,}6°$: $136{,}8°$, $68{,}4°$, $54°$, $39{,}6°$, $61{,}2°$. Summe $360°$.

c) Hochrechnung auf die Schule: $850 \cdot 0{,}38 = 323$ Schüler.

d) Ja, denn $76 = 2 \cdot 38$ und $38\,\% = 2 \cdot 19\,\%$.

Lösung zu Aufgabe 18

a) Erhöhung um $20\,\%$, Faktor $1{,}2$: *280\cdot1{,}2=336\,€*.

b) Rabatt $20\,\%$, Faktor $0{,}8$: *336\cdot0{,}8=268{,}80\,€*.

c) Unterschied: *280-268{,}80=11{,}20\,€*. In Prozent: $\frac{11{,}20}{280} = 0{,}04 = 4\,\%$. Das passt zum Gesamtfaktor $1{,}2 \cdot 0{,}8 = 0{,}96$.

d) Von *336\,€* auf *280\,€* sind es *56\,€* weniger: $\frac{56}{336} \approx 16{,}7\,\%$.

e) Die Werbung täuscht: Die $20\,\%$ Erhöhung bezog sich auf *280\,€*, der $20\,\%$ Rabatt auf den höheren Preis *336\,€*. Deshalb spart man nur $4\,\%$.

Lösung zu Aufgabe 19

a) $40\,\%$ mehr, Faktor $1{,}4$: *90\cdot1{,}4=126\,€* pro Nacht.

b) *7\cdot126=882\,€*.

c) Frühbucherrabatt $12\,\%$, Faktor $0{,}88$: *882\cdot0{,}88=776{,}16\,€*. Der Rabatt beträgt *105{,}84\,€*.

d) Kurtaxe: 4 Personen mal 7 Nächte mal *1{,}80\,€ =50{,}40\,€*. Gesamtpreis: *776{,}16+50{,}40=826{,}56\,€*.

e) $\frac{50{,}40}{826{,}56} \approx 0{,}061 = 6{,}1\,\%$.

f) Nebensaison: *7\cdot90+50{,}40=680{,}40\,€*. Ersparnis: *826{,}56-680{,}40=146{,}16\,€*.

Lösung zu Aufgabe 20

a) Die Gurken bestehen zu $99\,\%$ aus Wasser, also zu $1\,\%$ aus Trockenmasse:

$200 \cdot 0{,}01 = 2$ kg.

b) Nach dem Trocknen machen die 2 kg Trockenmasse $100\,\% - 98\,\% = 2\,\%$ der neuen Masse aus. Grundwert: $G = 2 : 0{,}02 = 100$ kg.

c) Entscheidend ist der Anteil der Trockenmasse: Er steigt von $1\,\%$ auf $2\,\%$, verdoppelt sich also. Da die Trockenmasse selbst gleich bleibt (2 kg), muss das Ganze halb so schwer sein. Ein Prozentpunkt weniger Wasser bedeutet hier 100 kg weniger Gewicht.