Lösungen - Lineare Gleichungen

Klasse: Klasse 7

Lösung zu Aufgabe 1

Man setzt die Zahl ein und vergleicht linke und rechte Seite.

a) Links: $2 \cdot 4 + 5 = 8 + 5 = 13$. Rechts: 13. Beide Seiten sind gleich, also ist $x = 4$ eine Lösung.

b) Links: $3 \cdot (-3) - 7 = -9 - 7 = -16$. Rechts: -16. Auch hier stimmen die Werte überein, $x = -3$ ist Lösung.

c) Links: $4 \cdot 2 - 1 = 7$, rechts 10. Da $7 \neq 10$, ist $x = 2$ keine Lösung.

Antwort: Nur bei a) und b) ist die Zahl eine Lösung.

Lösung zu Aufgabe 2

Man macht jeweils die Rechenoperation rückgängig, die mit x durchgeführt wurde, und zwar auf beiden Seiten.

a) $x + 7 = 15 \;\; | -7$, also $x = 8$.

b) $x - 4 = 9 \;\; | +4$, also $x = 13$.

c) $3x = 21 \;\; | : 3$, also $x = 7$.

d) $\frac{x}{4} = 5 \;\; | \cdot 4$, also $x = 20$.

e) $-2x = 14 \;\; | : (-2)$, also $x = -7$. Probe: $-2 \cdot (-7) = 14$.

Antwort: $\mathbb{L} = \{8\}, \{13\}, \{7\}, \{20\}, \{-7\}$.

Lösung zu Aufgabe 3

Zuerst wird die Zahl ohne x entfernt, danach durch den Faktor vor x geteilt.

a) $2x + 3 = 11 \;\; | -3$: $2x = 8 \;\; | : 2$: $x = 4$. Probe: $2 \cdot 4 + 3 = 11$.

b) $5x - 8 = 17 \;\; | +8$: $5x = 25$, $x = 5$. Probe: $25 - 8 = 17$.

c) $4x + 9 = 1 \;\; | -9$: $4x = -8$, $x = -2$. Probe: $-8 + 9 = 1$.

d) $7 - 3x = -5 \;\; | -7$: $-3x = -12 \;\; | : (-3)$: $x = 4$. Probe: $7 - 12 = -5$.

Antwort: Die Lösungen sind 4, 5, −2 und 4.

Lösung zu Aufgabe 4

Man sammelt die x-Glieder auf der Seite, auf der weniger übrig bleibt, und die Zahlen auf der anderen Seite.

a) $7x + 4 = 3x - 12 \;\; | -3x$: $4x + 4 = -12 \;\; | -4$: $4x = -16$, $x = -4$.

b) $5x - 7 = 2x + 8 \;\; | -2x$: $3x - 7 = 8$, $3x = 15$, $x = 5$.

c) $9 - 2x = x + 18 \;|\; +2x$: $9 = 3x + 18 \;|\; -18$: $-9 = 3x$, $x = -3$.

d) $0{,}5x + 3 = 2x - 3 \;|\; -0{,}5x$: $3 = 1{,}5x - 3$, $6 = 1{,}5x$, $x = 4$.

Antwort: $x = -4$; $x = 5$; $x = -3$; $x = 4$.

Lösung zu Aufgabe 5

Zuerst die Klammern ausmultiplizieren, dann jede Seite zusammenfassen und wie gewohnt lösen.

a) $2x + 6 - 4 = 3x - 3$, also $2x + 2 = 3x - 3 \;|\; -2x$: $2 = x - 3$, $x = 5$.

b) $6x - 3 = 4x + 8 - 1 = 4x + 7 \;|\; -4x$: $2x - 3 = 7$, $2x = 10$, $x = 5$.

c) Minus vor der Klammer: $5 - x + 2 = 7 - x$. Also $7 - x = 2x + 1 \;|\; +x$: $7 = 3x + 1$, $6 = 3x$, $x = 2$.

d) $4x - 8 + 3 = 2x + 10 - 1$, also $4x - 5 = 2x + 9$, $2x = 14$, $x = 7$.

Antwort: 5; 5; 2; 7.

Lösung zu Aufgabe 6

Man multipliziert die ganze Gleichung mit dem Hauptnenner. Dadurch verschwinden die Brüche.

a) $\frac{x}{3} + 2 = 6 \;|\; -2$: $\frac{x}{3} = 4 \;|\; \cdot 3$: $x = 12$.

b) $\frac{2x}{5} = 8 \;|\; \cdot 5$: $2x = 40$, $x = 20$.

c) $\frac{x+1}{4} = 3 \;|\; \cdot 4$: $x + 1 = 12$, $x = 11$.

d) Hauptnenner von 2 und 3 ist 6: $3x - 2x = 12$, also $x = 12$. Probe: $\frac{12}{2} - \frac{12}{3} = 6 - 4 = 2$.

Antwort: $x = 12$; $x = 20$; $x = 11$; $x = 12$.

Lösung zu Aufgabe 7

a) Mobil S: feste 8 € plus 0,05 € je Minute, also $K_S = 8 + 0{,}05x$. Mobil Pur: $K_P = 0{,}10x$.

b) $8 + 0{,}05x = 17 \;|\; -8$: $0{,}05x = 9 \;|\; :0{,}05$: $x = 180$. Lisa hat 180 Minuten telefoniert.

c) Gleich teuer heißt $K_S = K_P$: $8 + 0{,}05x = 0{,}10x$, also $8 = 0{,}05x$ und $x = 160$ Minuten. Beide kosten dann 16 €.

d) Bei 300 Minuten: Mobil S *8+15=23{,}00\,€*, Mobil Pur *30{,}00\,€*.

Antwort: Ab 160 Minuten lohnt sich Mobil S, bei 300 Minuten spart man 7 €.

Lösung zu Aufgabe 8

a) Grundgebühr plus Stundenpreis mal Stunden: $K = 4 + 2{,}5h$.

b) *4+2{,}5\cdot5=4+12{,}5=16{,}50\,€*.

c) $4 + 2{,}5h = 29 \;|-4$: $2{,}5h = 25 \;|:2{,}5$: $h = 10$. Max hatte das Rad 10 Stunden.

d) Zweiter Verleih: $3 + 3h$. Gleichsetzen: $4 + 2{,}5h = 3 + 3h \;|-2{,}5h - 3$: $1 = 0{,}5h$, $h = 2$. Nach 2 Stunden kosten beide *9\,€*.

Antwort: Bei Ausleihen über 2 Stunden ist der erste Verleih günstiger.

Lösung zu Aufgabe 9

Die gesuchte Zahl heißt x. Jeder Satzteil wird in einen Term übersetzt.

a) $3x - 7 = 20 \;|+7$: $3x = 27$, $x = 9$.

b) $2(x + 12) = 50 \;|:2$: $x + 12 = 25$, $x = 13$.

c) $2x + 5 = 4x - 9 \;|-2x + 9$: $14 = 2x$, $x = 7$. Probe: $19 = 19$.

d) Aufeinanderfolgende Zahlen: x, $x + 1$, $x + 2$. $3x + 3 = 78$, $3x = 75$, $x = 25$.

Antwort: Die Zahlen sind 9, 13, 7 und bei d) 25, 26, 27 (Kontrolle: $25 + 26 + 27 = 78$).

Lösung zu Aufgabe 10

a) Die Kosten setzen sich aus dem Bus (300 €) und *32\,€* je Person zusammen: $300 + 32x = 1100$.

b) $300 + 32x = 1100 \;|-300$: $32x = 800 \;|:32$: $x = 25$. Es können 25 Personen mitfahren.

c) Für 22 Personen: *300+32\cdot22=300+704=1004{,}00\,€*.

d) Die Gesamtkosten werden geteilt: $1004 : 22 \approx 45{,}636$, gerundet *45{,}64\,€*. Der Buspreis verteilt sich jetzt auf weniger Personen, deshalb ist der Anteil höher als bei 25 Personen (*44\,€*).

Lösung zu Aufgabe 11

a) Breite x, Länge $x + 3$. Umfang: $2(x + x + 3) = 26$, also $4x + 6 = 26$, $4x = 20$, $x = 5$. Das Beet ist 5 m breit und 8 m lang.

b) $A = 5 \cdot 8 = 40\,\mathrm{m}^2$.

c) *26\cdot12=312\,€*.

d) Schenkel x, Basis $x - 4$. Umfang: $x + x + (x - 4) = 32$, $3x - 4 = 32$, $3x = 36$, $x = 12$. Die Schenkel sind je 12 cm lang, die Basis 8 cm. Probe: $12 + 12 + 8 = 32$.

Antwort: Beet 5 m × 8 m, Fläche 40 m², Zaun 312 €; Dreieck 12 cm, 12 cm, 8 cm.

Lösung zu Aufgabe 12

a) Heute: Fenja x, Mutter $3x$. In 12 Jahren: Fenja $x + 12$, Mutter $3x + 12$. Bedingung: $3x + 12 = 2(x + 12)$.

b) $3x + 12 = 2x + 24 \;|-2x - 12$: $x = 12$. Fenja ist 12 Jahre, die Mutter 36 Jahre alt.

c) In 12 Jahren ist Fenja 24 und die Mutter 48. Wegen $48 = 2 \cdot 24$ stimmt die Bedingung.

d) Vor y Jahren: $36 - y = 5(12 - y)$, also $36 - y = 60 - 5y$, $4y = 24$, $y = 6$. Damals war Fenja 6 und die Mutter 30.

Antwort: Vor 6 Jahren war die Mutter fünfmal so alt.

Lösung zu Aufgabe 13

a) Startbetrag plus Sparbetrag mal Wochen: Ben $45 + 8w$, Mia $20 + 13w$.

b) $45 + 8w = 20 + 13w \mid -8w - 20$: $25 = 5w$, $w = 5$. Nach 5 Wochen haben beide *45+8\cdot5=85\,€*. Kontrolle: $20 + 65 = 85$.

c) $20 + 13w \geq 100$, also $13w \geq 80$ und $w \geq \frac{80}{13} \approx 6{,}2$. Da nur ganze Wochen zählen, muss man aufrunden.

Antwort: Nach 5 Wochen haben beide 85 €; Mia hat nach 7 Wochen mindestens 100 € (genau *111\,€*).

Lösung zu Aufgabe 14

a) In Woche 1 sind es 800 m, danach kommen pro Woche 200 m dazu: $s = 800 + 200(w - 1) = 600 + 200w$.

b) $800 + 200(w - 1) = 2000 \mid -800$: $200(w - 1) = 1200$, $w - 1 = 6$, $w = 7$.

c) $800 + 200(w - 1) = 3000$: $200(w - 1) = 2200$, $w - 1 = 11$, $w = 12$.

d) Die Strecken der Wochen 1 bis 7 sind 800, 1000, …, 2000 m. Der Mittelwert ist $\frac{800+2000}{2} = 1400$, mal 7 Wochen ergibt $9800\,\mathrm{m}$.

Antwort: 2000 m in Woche 7, 3000 m in Woche 12, insgesamt 9,8 km in sieben Wochen.

Lösung zu Aufgabe 15

a) Klassenkasse plus Beiträge: *150+24\cdot5=150+120=270\,€*.

b) Pizzen und Getränke zusammen verbrauchen das Geld: $6x + 54 = 270 \mid -54$: $6x = 216$, $x = 36$ Pizzen.

c) $36 : 24 = 1{,}5$ Pizzen pro Kind.

d) $7{,}2x + 54 = 270$: $7{,}2x = 216$, $x = 30$ Pizzen.

e) Mit 21 Kindern: *150+21\cdot5=255\,€*. $6x + 54 = 255$ ergibt $x = 33{,}5$. Da man keine halbe Pizza bestellt, sind es 33 Pizzen für *198\,€*. Rest: *255-54-198=3{,}00\,€*.

Lösung zu Aufgabe 16

a) $K_A = 10 + 0{,}04x$, $K_B = 4 + 0{,}12x$, $K_C = 24$.

b) Gleichsetzen: $10 + 0{,}04x = 4 + 0{,}12x$, also $6 = 0{,}08x$, $x = 75$. Über 75 Minuten ist A

günstiger, weil B pro Minute teurer ist.

c) $10 + 0{,}04x = 24$, $0{,}04x = 14$, $x = 350$. Ab 350 Minuten ist die Flatrate günstiger.

d) 200 Minuten: A *18\,€*, B *28\,€*, C *24\,€*. 400 Minuten: A *26\,€*, B *52\,€*, C *24\,€*.

e) Bei 200 Minuten empfiehlt sich A, bei 400 Minuten die Flatrate C. B lohnt sich nur unter 75 Minuten.

Lösung zu Aufgabe 17

a) Tank A nimmt zu: $A(t) = 60 + 8t$. Tank B nimmt ab: $B(t) = 180 - 4t$.

b) $60 + 8t = 180 - 4t \;|\; +4t - 60$: $12t = 120$, $t = 10$. Nach 10 Minuten enthalten beide $60 + 80 = 140$ Liter.

c) $60 + 8t = 300$: $8t = 240$, $t = 30$ Minuten.

d) $180 - 4t = 0$: $4t = 180$, $t = 45$ Minuten. Da 30, ist Tank A voll, bevor Tank B leer ist.

Antwort: Gleicher Inhalt nach 10 min (140 l); A ist nach 30 min voll, B nach 45 min leer.

Lösung zu Aufgabe 18

a) Breite x, Länge $x + 8$: $2(x + x + 8) = 72$, also $4x + 16 = 72$, $4x = 56$, $x = 14$. Die Wiese ist 14 m breit und 22 m lang.

b) $14 \cdot 22 = 308\,\mathrm{m}^2$.

c) Sandkasten: $4 \cdot 4 = 16\,\mathrm{m}^2$. Anteil: $\frac{16}{308} \approx 0{,}052 = 5{,}2\,\%$.

d) *72\cdot18=1296\,€*.

e) $4x + 16 = 90$, $4x = 74$, $x = 18{,}5$. Die Wiese wäre 18,5 m breit und 26,5 m lang.

Antwort: Der Zaun kostet 1296 €, der Sandkasten nimmt rund 5 % der Wiese ein.

Lösung zu Aufgabe 19

a) Ab 10:00 Uhr sei t die Fahrzeit von B. A fährt dann schon $t + 1$ Stunden. Gleiche Strecke: $12(t + 1) = 18t$, also $12t + 12 = 18t$, $12 = 6t$, $t = 2$. B holt A um 12:00 Uhr ein.

b) $18 \cdot 2 = 36\,\mathrm{km}$ vom Start.

c) Nein, denn $36\,\mathrm{km} > 30\,\mathrm{km}$. A braucht $30 : 12 = 2{,}5$ h und ist um 11:30 Uhr am Ziel, B braucht $30 : 18 \approx 1{,}67$ h und kommt erst um 11:40 Uhr an.

d) B müsste die 30 km in $1{,}5$ h schaffen: $v = \frac{30}{1{,}5} = 20\,\mathrm{km/h}$.

Lösung zu Aufgabe 20

a) Man setzt $x = 3$ ein: $2 \cdot 3 + a = 3 + 7$, also $6 + a = 10$ und $a = 4$.

b) Erste Gleichung: $3x + 6 = 3x + 6$. Subtrahiert man $3x$, bleibt $6 = 6$, eine wahre Aussage. Jede Zahl ist Lösung: $\mathbb{L} = \mathbb{Q}$. Zweite Gleichung: Subtraktion von $3x$ liefert $2 = 5$, eine falsche Aussage. Es gibt keine Lösung: $\mathbb{L} = \{\,\}$.

c) Term aufstellen: $\frac{3(x+7)-6}{3} - x = \frac{3x+15}{3} - x = x + 5 - x = 5$. Die Variable fällt weg, also ergibt sich bei jeder Zahl 5.