Lösungen - Zuordnungen und Dreisatz

Klasse: Klasse 6

Lösung zu Aufgabe 1

Bei einer proportionalen Zuordnung gehört zum Doppelten das Doppelte, zum Fünffachen das Fünffache.
a) 2 kg: $2 \cdot 1{,}80 = 3{,}60$ €. 5 kg: $5 \cdot 1{,}80 = 9{,}00$ €. 10 kg: $10 \cdot 1{,}80 = 18{,}00$ €. Für den Preis 12,60 € rechnen wir rückwärts: $12{,}60 : 1{,}80 = 7$ kg.
b) Der Quotient Preis durch Menge ist immer gleich: $\frac{3{,}60}{2} = \frac{9}{5} = 1{,}80$. Der Proportionalitätsfaktor ist $1{,}80$ € pro kg, also der Preis für ein Kilogramm.
Antwort: 3,60 €, 9,00 €, 7 kg und 18,00 €.

Lösung zu Aufgabe 2

Bei einer antiproportionalen Zuordnung gehört zum Doppelten die Hälfte. Das Produkt der beiden Werte bleibt gleich.
a) 1 Arbeiter braucht 24 Tage. 2 Arbeiter: $24 : 2 = 12$ Tage. 3 Arbeiter: $24 : 3 = 8$ Tage. 4 Arbeiter: $24 : 4 = 6$ Tage. Für 2 Tage braucht man $24 : 2 = 12$ Arbeiter.
b) Das Produkt ist immer $1 \cdot 24 = 2 \cdot 12 = 3 \cdot 8 = 24$. Es bedeutet: Die ganze Arbeit umfasst 24 Arbeitertage. Egal wie man sie verteilt, die Gesamtarbeit bleibt gleich.

Lösung zu Aufgabe 3

a) Proportional: Jedes Brötchen kostet 0,45 €, also kosten doppelt so viele Brötchen doppelt so viel.
b) Antiproportional: Doppelt so viele Pumpen schaffen das Becken in der halben Zeit.
c) Weder noch: Kinder wachsen nicht gleichmäßig, und mit dem doppelten Alter ist man nicht doppelt so groß.
d) Proportional: Bei gleicher Geschwindigkeit braucht man für die doppelte Strecke die doppelte Zeit.
e) Weder noch: Wegen der Grundgebühr kosten 0 km nicht 0 €, und 2 km kosten weniger als das Doppelte von 1 km.
f) Antiproportional: Der Mietpreis bleibt fest; bei doppelt so vielen Kindern zahlt jedes die Hälfte.

Lösung zu Aufgabe 4

Den Proportionalitätsfaktor erhält man, indem man die zweite Größe durch die erste teilt. Er gibt den Wert für eine Einheit an.
a) $4{,}50 : 3 = 1{,}50$. Ein Kilogramm Kartoffeln kostet 1,50 €.
b) 250 g sind 0,25 kg. $3{,}25 : 0{,}25 = 13$. Ein Kilogramm Käse kostet 13 €; 100 g kosten 1,30 €.
c) $480 : 4 = 120$. Der Zug fährt 120 km pro Stunde.
d) $9{,}60 : 8 = 1{,}20$. Ein Heft kostet 1,20 €.

Antwort: 1,50 €/kg; 13 €/kg; 120 km/h; 1,20 € pro Heft.

Lösung zu Aufgabe 5

Dreisatz: 1. Satz gegebene Werte, 2. Satz auf eine Einheit schließen (teilen), 3. Satz auf die gesuchte Menge schließen (malnehmen).
a) 4 Brötchen kosten 1,80 €; 1 Brötchen kostet $1{,}80 : 4 = 0{,}45$ €; 10 Brötchen kosten $0{,}45 \cdot 10 = 4{,}50$ €.
b) 6 l kosten 10,50 €; 1 l kostet $1{,}75$ €; 40 l kosten $1{,}75 \cdot 40 = 70{,}00$ €.
c) Mit 5 l fährt es 80 km; mit 1 l $80 : 5 = 16$ km; mit 12 l $16 \cdot 12 = 192$ km.
d) 15 m kosten 63 €; 1 m kostet $63 : 15 = 4{,}20$ €; 4 m kosten $16{,}80$ €.

Lösung zu Aufgabe 6

Je mehr, desto weniger: Hier schließen wir auf eine Einheit, indem wir malnehmen, und dann teilen wir.
a) 5 Pumpen brauchen 12 h; 1 Pumpe braucht $12 \cdot 5 = 60$ h; 8 Pumpen brauchen $60 : 8 = 7{,}5$ h, also 7 h 30 min.
b) 8 Kinder: 15 Tage; 1 Kind: $15 \cdot 8 = 120$ Tage; 10 Kinder: $120 : 10 = 12$ Tage.
c) Die Strecke ist $60 \cdot 3 = 180$ km. Bei 90 km/h braucht man $180 : 90 = 2$ h.
d) Die Arbeit umfasst $4 \cdot 18 = 72$ Baggertage. In 9 Tagen braucht man $72 : 9 = 8$ Bagger.
Antwort: 7,5 h; 12 Tage; 2 h; 8 Bagger.

Lösung zu Aufgabe 7

a) Am Graphen liest man ab: 2 kg kosten 3,50 €, 4 kg kosten 7 €, 6 kg kosten 10,50 €.
b) Ein Kilogramm kostet $3{,}50 : 2 = 1{,}75$ €. Das ist der Proportionalitätsfaktor.
c) 8 kg kosten $8 \cdot 1{,}75 = 14$ €. Man kann auch rechnen: 8 kg sind doppelt so viel wie 4 kg, also $2 \cdot 7 = 14$ €. Im Graphen verlängert man die Gerade bis zum Wert 8.
d) Ja, die Zuordnung ist proportional. Der Graph ist eine Gerade durch den Ursprung (0 kg kosten 0 €), und der Quotient Preis durch Menge ist überall $1{,}75$.

Lösung zu Aufgabe 8

a) Für 6 statt 4 Personen braucht man das $6 : 4 = 1{,}5$-fache: Mehl $300 \cdot 1{,}5 = 450$ g, Milch $0{,}6 \cdot 1{,}5 = 0{,}9$ l, Eier $3 \cdot 1{,}5 = 4{,}5$, also 4 bis 5 Eier, Butter $40 \cdot 1{,}5 = 60$ g.
b) Für 10 Personen das $2{,}5$-fache: Mehl 750 g, Milch 1,5 l, Eier 7,5 (also 7 oder 8), Butter 100 g.
c) 450 g Mehl sind das $450 : 300 = 1{,}5$-fache, also reicht es für $1{,}5 \cdot 4 = 6$ Personen.
Hinweis: Eier kann man nicht halbieren, deshalb rundet man sinnvoll.

Lösung zu Aufgabe 9

a) 260 km sind $2{,}6$-mal 100 km: $6{,}5 \cdot 2{,}6 = 16{,}9$ l.
b) $39 : 6{,}5 = 6$. Mit 39 l fährt es $6 \cdot 100 = 600$ km.
c) Kosten: $16{,}9 \cdot 1{,}85 = 31{,}265$, gerundet $31{,}27$ €.

d) Das sparsame Auto braucht $5 \cdot 2{,}6 = 13$ l, also $16{,}9 - 13 = 3{,}9$ l weniger. Ersparnis: $3{,}9 \cdot 1{,}85 \approx 7{,}22$ €.
Antwort: 16,9 l, 600 km, 31,27 €; mit dem sparsameren Auto spart man etwa 7,22 €.

Lösung zu Aufgabe 10

Die Arbeit umfasst $4 \cdot 9 = 36$ Malertage (antiproportionale Zuordnung).
a) 6 Maler: $36 : 6 = 6$ Tage.
b) In 3 Tagen: $36 : 3 = 12$ Maler.
c) In den ersten 3 Tagen erledigen 4 Maler $4 \cdot 3 = 12$ Malertage. Es bleiben $36 - 12 = 24$ Malertage. Mit 3 Malern dauert der Rest $24 : 3 = 8$ Tage.
d) Die Arbeitsmenge bleibt 36 Malertage. Die Arbeit dauert durch den Ausfall aber $3 + 8 = 11$ Tage statt 9 Tage.
Antwort: 6 Tage; 12 Maler; 8 weitere Tage; insgesamt 11 Tage.

Lösung zu Aufgabe 11

a) Doppelte Geschwindigkeit bedeutet halbe Zeit (antiproportional): $18 : 2 = 9$ min.
b) Ben schafft 1,5 km in 18 min, also $1{,}5 : 18 = \frac{1}{12}$ km pro Minute. In 30 min: $30 \cdot \frac{1}{12} = 2{,}5$ km.
c) In 60 min: $60 \cdot \frac{1}{12} = 5$ km. Ben geht 5 km pro Stunde.
d) Fünfmal so schnell heißt ein Fünftel der Zeit: $18 : 5 = 3{,}6$ min, also 3 min 36 s.
Antwort: Mia braucht 9 min; Ben schafft 2,5 km in 30 min und 5 km in einer Stunde; der Bus braucht 3,6 min.

Lösung zu Aufgabe 12

a) Mit 3 Hähnen 8 h; mit 1 Hahn dreimal so lange: $3 \cdot 8 = 24$ h.
b) 4 Hähne: $24 : 4 = 6$ h.
c) 6 Hähne: $24 : 6 = 4$ h.
d) Alle drei Hähne liefern in 8 h zusammen 240 000 l, also pro Stunde $240\,000 : 8 = 30\,000$ l. Ein Hahn liefert ein Drittel davon: $10\,000$ l pro Stunde.
Kontrolle: Ein Hahn braucht $240\,000 : 10\,000 = 24$ h. Das passt zu a).

Lösung zu Aufgabe 13

Der Vorrat umfasst $8 \cdot 15 = 120$ Hasentage.
a) 12 Hasen: $120 : 12 = 10$ Tage.
b) 20 Tage: $120 : 20 = 6$ Hasen.
c) In 5 Tagen fressen 8 Hasen $8 \cdot 5 = 40$ Hasentage. Es bleiben 80 Hasentage für $8 + 4 = 12$ Hasen: $80 : 12 \approx 6{,}7$ Tage, also reicht das Futter noch 6 volle Tage.
d) Der gesamte Vorrat umfasst 120 Hasentage.
Antwort: 10 Tage; 6 Hasen; noch etwa 6,7 Tage; 120 Hasentage.

Lösung zu Aufgabe 14

a) In einer Minute: $36 : 2 = 18$ Seiten.

b) Ein Klassenset hat $30 \cdot 12 = 360$ Seiten. Zeit: $360 : 18 = 20$ min.
c) Zwei gleich schnelle Kopierer brauchen die halbe Zeit: $20 : 2 = 10$ min.
d) Kosten: $360 \cdot 0{,}04 = 14{,}40$ €.
Antwort: 18 Seiten pro Minute; das Klassenset dauert 20 min, mit zwei Geräten 10 min, und kostet 14,40 €. Teil b) ist proportional, Teil c) antiproportional.

Lösung zu Aufgabe 15

a) Preis pro Kind: $312 : 24 = 13$ €.
b) Bei gleichem Preis pro Kind ist der Gesamtpreis proportional zur Kinderzahl: $13 \cdot 30 = 390$ €.
c) Der feste Gruppenpreis wird auf 20 Kinder verteilt: $312 : 20 = 15{,}60$ €.
d) Bei festem Gruppenpreis gilt: Je mehr Kinder, desto weniger zahlt jedes. Das Produkt Kinderzahl mal Preis pro Kind bleibt 312 €. Die Zuordnung ist antiproportional.
Antwort: 13 €; 390 €; 15,60 €; antiproportional.

Lösung zu Aufgabe 16

a) Preis pro Kind = 480 € geteilt durch die Kinderzahl. 32 Kinder: 15 €. 40 Kinder: 12 €. 24 Kinder: 20 €. 16 Kinder: 30 €.
b) $480 : 10 = 48$ Kinder.
c) Von 15 € auf 12 € sind es 3 € weniger. Bezogen auf 15 €: $\frac{3}{15} = 0{,}2 = 20\,\%$ billiger.
d) Kinderzahl mal Preis pro Kind ergibt immer den Gesamtpreis des Busses. Dieser steht mit 480 € fest und hängt nicht davon ab, wie viele Kinder mitfahren. Deshalb ist das Produkt konstant, und die Zuordnung ist antiproportional.

Lösung zu Aufgabe 17

a) 4 cm auf der Karte entsprechen 1 km. 14 cm sind $14 : 4 = 3{,}5$-mal so viel, also 3,5 km.
b) 2,5 km entsprechen $2{,}5 \cdot 4 = 10$ cm auf der Karte.
c) 3,5 km bei 4 km/h: $3{,}5 : 4 = 0{,}875$ h. Da $0{,}875 \cdot 60 = 52{,}5$, braucht man etwa 53 Minuten.
d) $21 : 4 = 5{,}25$ km. Bei 3 km/h: $5{,}25 : 3 = 1{,}75$ h, also 1 h 45 min.
Antwort: 3,5 km; 10 cm; etwa 53 min; 5,25 km in 1 h 45 min.

Lösung zu Aufgabe 18

a) Taxi A: Preis $= 2{,}50 + 1{,}80 \cdot \mathrm{km}$. 1 km: 4,30 €; 2 km: 6,10 €; 5 km: 11,50 €; 10 km: 20,50 €. Taxi B: Preis $= 2 \cdot \mathrm{km}$. 1 km: 2 €; 2 km: 4 €; 5 km: 10 €; 10 km: 20 €.
b) Nur Taxi B ist proportional, denn der Quotient Preis durch Strecke ist immer 2. Bei Taxi A stört die Grundgebühr.
c) Taxi A ist pro km um 0,20 € billiger, hat aber 2,50 € Grundgebühr. Diese ist nach $2{,}50 : 0{,}20 = 12{,}5$ km ausgeglichen. Für Strecken über 12,5 km ist A günstiger.
d) A: $(20 - 2{,}50) : 1{,}80 \approx 9{,}7$ km. B: $20 : 2 = 10$ km. Mit 20 € kommt man mit B etwas weiter.

Lösung zu Aufgabe 19

Hier hängen zwei Größen zusammen: Personenzahl und Tage.
a) 4 Personen essen in 6 Tagen 12 kg. Eine Person isst in 6 Tagen $12 : 4 = 3$ kg, an einem Tag $3 : 6 = 0{,}5$ kg.
b) 5 Personen in 8 Tagen: $5 \cdot 8 \cdot 0{,}5 = 20$ kg.
c) 6 Personen essen zusammen $6 \cdot 0{,}5 = 3$ kg pro Tag. 12 kg reichen $12 : 3 = 4$ Tage.
Antwort: 0,5 kg pro Person und Tag; 20 kg; 4 Tage. Kontrolle zu c): $6 \cdot 4 \cdot 0{,}5 = 12$ kg.

Lösung zu Aufgabe 20

a) Tabelle A: Die Quotienten $\frac{5}{2} = \frac{10}{4} = \frac{15}{6} = 2{,}5$ sind gleich. Die Zuordnung ist proportional mit dem Faktor 2,5.
b) Tabelle B: Die Produkte $2 \cdot 12 = 4 \cdot 6 = 8 \cdot 3 = 24$ sind gleich. Die Zuordnung ist antiproportional.
c) Tabelle C: Die Quotienten 4, $3{,}5$ und $3{,}\overline{3}$ sind verschieden, die Produkte 4, 14 und 30 ebenfalls. Die Zuordnung ist weder proportional noch antiproportional. Man erkennt die Regel $y = 3x + 1$: Bei jedem Schritt kommt 3 dazu, aber es gibt einen Startwert.