Lösungen - Rechnen mit Dezimalzahlen

Klasse: Klasse 6

Lösung zu Aufgabe 1

Wir schreiben Komma unter Komma und füllen fehlende Stellen mit Nullen auf. Dann addieren wir wie bei natürlichen Zahlen.
a) $3{,}47 + 2{,}85 = 6{,}32$. Überschlag $3{,}5 + 3 = 6{,}5$; das Ergebnis liegt nahe daran.
b) $12{,}600 + 4{,}375 = 16{,}975$. Überschlag $13 + 4 = 17$.
c) $0{,}85 + 0{,}90 + 1{,}05 = 2{,}80$. Überschlag $1 + 1 + 1 = 3$.
d) $105{,}40 + 8{,}96 = 114{,}36$. Überschlag $105 + 9 = 114$.
Antwort: $6{,}32$; $16{,}975$; $2{,}8$; $114{,}36$. Alle Überschläge bestätigen die Größenordnung.

Lösung zu Aufgabe 2

Auch beim Subtrahieren steht Komma unter Komma; fehlende Stellen ergänzen wir mit Nullen, zum Beispiel $20 = 20{,}00$.
a) $8{,}50 - 3{,}27 = 5{,}23$. Probe: $3{,}27 + 5{,}23 = 8{,}50$.
b) $20{,}00 - 6{,}48 = 13{,}52$. Probe: $6{,}48 + 13{,}52 = 20{,}00$.
c) $15{,}04 - 9{,}80 = 5{,}24$. Probe: $9{,}80 + 5{,}24 = 15{,}04$.
d) $100{,}00 - 0{,}99 = 99{,}01$. Probe: $0{,}99 + 99{,}01 = 100$.
Bei jeder Probe kommt die Ausgangszahl heraus, also sind alle Ergebnisse richtig.

Lösung zu Aufgabe 3

Beim Multiplizieren mit 10, 100, 1000 rückt das Komma so viele Stellen nach rechts, wie die Stufenzahl Nullen hat; beim Dividieren nach links.
a) $4{,}57 \cdot 100$: zwei Stellen nach rechts, 457.
b) $0{,}083 \cdot 1000$: drei Stellen nach rechts, 83.
c) $36{,}2 : 10$: eine Stelle nach links, $3{,}62$.
d) $5{,}6 : 1000$: drei Stellen nach links. Wir ergänzen Nullen vorn: $0{,}0056$.
Kontrolle zu d): $0{,}0056 \cdot 1000 = 5{,}6$.

Lösung zu Aufgabe 4

Methode: Ohne Komma multiplizieren, dann so viele Nachkommastellen setzen, wie beide Faktoren zusammen haben.
a) $24 \cdot 3 = 72$; eine Nachkommastelle: $7{,}2$. Überschlag $2 \cdot 3 = 6$.
b) $15 \cdot 8 = 120$; zwei Nachkommastellen (je eine): $1{,}20 = 1{,}2$. Überschlag $1{,}5 \cdot 1 = 1{,}5$.
c) $325 \cdot 12 = 3900$; drei Nachkommastellen: $3{,}900 = 3{,}9$. Überschlag $3 \cdot 1 = 3$.
d) $7 \cdot 9 = 63$; drei Nachkommastellen: $0{,}063$. Überschlag: weniger als $0{,}07$.
Antwort: $7{,}2$; $1{,}2$; $3{,}9$; $0{,}063$.

Lösung zu Aufgabe 5

Wir dividieren wie gewohnt und setzen im Ergebnis das Komma, sobald wir im Dividenden das Komma überschreiten.
a) $8 : 7 = 1$ Rest 1, Komma setzen, $14 : 7 = 2$. Ergebnis $1{,}2$. Probe: $1{,}2 \cdot 7 = 8{,}4$.
b) $25 : 5 = 5$, Komma, $5 : 5 = 1$. Ergebnis $5{,}1$.
c) $3 : 8 = 0$, Komma, $36 : 8 = 4$ Rest 4, Null anhängen, $40 : 8 = 5$. Ergebnis $0{,}45$.
d) $1 : 3 = 0$, Komma, $10 : 3 = 3$ Rest 1, $15 : 3 = 5$. Ergebnis $0{,}35$. Probe: $0{,}35 \cdot 3 = 1{,}05$.

Lösung zu Aufgabe 6

Wir verschieben das Komma in Dividend und Divisor um gleich viele Stellen nach rechts, bis der Divisor eine ganze Zahl ist. Der Wert des Quotienten ändert sich dabei nicht.
a) $4{,}8 : 0{,}4 = 48 : 4 = 12$.
b) $7{,}2 : 0{,}09 = 720 : 9 = 80$ (zwei Stellen verschoben).
c) $1{,}26 : 0{,}6 = 12{,}6 : 6 = 2{,}1$.
d) $15 : 0{,}25 = 1500 : 25 = 60$.
Probe zu b): $80 \cdot 0{,}09 = 7{,}2$. Antwort: 12, 80, 2,1 und 60.

Lösung zu Aufgabe 7

a) Überschlag $5 \cdot 3 = 15$. Genau: $49 \cdot 31 = 1519$, zwei Nachkommastellen ergeben $15{,}19$. Das liegt nahe am Überschlag, also plausibel.
b) Überschlag $20 : 4 = 5$. Genau: $19{,}8 : 4{,}1 = 198 : 41 \approx 4{,}83$. Der Divisor ist etwas größer als 4 und der Dividend etwas kleiner als 20, deshalb liegt das Ergebnis etwas unter 5. Plausibel.
c) Überschlag $8 + 2 = 10$. Genau: $7{,}95 + 2{,}08 = 10{,}03$. Plausibel.
Ein Überschlag zeigt vor allem, ob das Komma an der richtigen Stelle steht.

Lösung zu Aufgabe 8

Wir nutzen Vertauschungs- und Verbindungsgesetz sowie das Verteilungsgesetz.
a) Zuerst $0{,}2 \cdot 5 = 1$, dann $1 \cdot 7{,}3 = 7{,}3$.
b) Zuerst $2{,}5 \cdot 4 = 10$, dann $10 \cdot 6{,}4 = 64$.
c) $99 = 100 - 1$, also $6{,}4 \cdot 100 - 6{,}4 \cdot 1 = 640 - 6{,}4 = 633{,}6$.
d) Wir fassen passende Summanden zusammen:
$(3{,}7 + 6{,}3) + (4{,}8 + 5{,}2) = 10 + 10 = 20$.
Der Trick: Faktoren suchen, deren Produkt 1, 10 oder 100 ergibt, und Summanden, die zusammen glatte Zahlen ergeben.

Lösung zu Aufgabe 9

Reihenfolge: zuerst Klammern, dann Punktrechnung, dann Strichrechnung.
a) Punkt vor Strich: $1{,}5 \cdot 4 = 6$, dann $2{,}5 + 6 = 8{,}5$.
b) Klammer: $8{,}4 - 2{,}4 = 6$, dann $6 : 1{,}5 = 60 : 15 = 4$.
c) Beide Punktrechnungen zuerst: $3{,}6 : 0{,}9 = 36 : 9 = 4$ und $1{,}2 \cdot 2 = 2{,}4$. Danach $4 - 2{,}4 = 1{,}6$.
Achtung: Wer bei a) von links nach rechts rechnet, erhält $4 \cdot 4 = 16$ und damit ein

falsches Ergebnis. Antwort: $8{,}5$; 4; $1{,}6$.

Lösung zu Aufgabe 10

a) Drei Joghurts: $3 \cdot 0{,}65 = 1{,}95$ €.
b) Käse: $0{,}75 \cdot 11{,}80 = 8{,}85$ €. Dreiviertel Kilogramm kosten drei Viertel des Kilopreises.
c) Gesamt: $2{,}49 + 1{,}95 + 1{,}99 + 8{,}85 = 15{,}28$ €. Überschlag $2{,}5 + 2 + 2 + 9 = 15{,}5$.
d) Wechselgeld: $20{,}00 - 15{,}28 = 4{,}72$ €.
Antwort: Merle bezahlt 15,28 € und bekommt 4,72 € zurück.

Lösung zu Aufgabe 11

a) $42{,}6 \cdot 1{,}749 = 74{,}5074$. Auf Cent gerundet kostet die Tankfüllung $74{,}51$ €.
b) 780 km sind $7{,}8$-mal 100 km. Verbrauch pro 100 km: $42{,}6 : 7{,}8 \approx 5{,}46$ l.
c) $74{,}51 : 7{,}8 \approx 9{,}55$ € pro 100 km.
d) 25 km sind ein Viertel von 100 km: $9{,}55 : 4 \approx 2{,}39$ €.
Antwort: Die Tankfüllung kostet 74,51 €, das Auto braucht etwa 5,46 l auf 100 km, und mit dem Rad spart man auf 25 km etwa 2,39 €.

Lösung zu Aufgabe 12

Die gefahrene Strecke ist die Differenz zweier Tachostände.
a) $1251{,}9 - 1234{,}6 = 17{,}3$ km.
b) $1260{,}35 - 1251{,}90 = 8{,}45$ km.
c) $1289{,}80 - 1260{,}35 = 29{,}45$ km.
d) Insgesamt: $1289{,}8 - 1234{,}6 = 55{,}2$ km. Kontrolle: $17{,}3 + 8{,}45 + 29{,}45 = 55{,}2$.
Durchschnitt: $55{,}2 : 4 = 13{,}8$ km pro Tag.
Antwort: Ben fährt insgesamt 55,2 km, im Schnitt 13,8 km pro Tag.

Lösung zu Aufgabe 13

a) Gesamtzeit: $41{,}38 + 39{,}95 + 43{,}10 + 40{,}72 = 165{,}15$ s.
b) Durchschnitt: $165{,}15 : 4 = 41{,}2875$, gerundet $41{,}29$ s.
c) Schnellste Zeit $39{,}95$ s, langsamste $43{,}10$ s. Unterschied: $43{,}10 - 39{,}95 = 3{,}15$ s.
d) Die 6b braucht 164,5 s, die 6a 165,15 s. Die kleinere Zeit gewinnt: Die 6b siegt mit $165{,}15 - 164{,}50 = 0{,}65$ s Vorsprung.
Antwort: Die 6a schwimmt 165,15 s, die 6b gewinnt knapp.

Lösung zu Aufgabe 14

a) Vier Karten: $4 \cdot 6{,}50 = 26{,}00$ €.
b) Popcorn und Getränk kosten pro Person $3{,}20 + 2{,}80 = 6{,}00$ €, für vier Personen $24{,}00$ €. Gesamt: $26 + 24 = 50{,}00$ €.
c) Gleichmäßig verteilt: $50 : 4 = 12{,}50$ € pro Person.
d) Der Rabatt gilt nur für die Karten: 10 % von 26 € sind $2{,}60$ €. Die Rechnung sinkt auf $47{,}40$ €.

Antwort: Jeder zahlt 12,50 €; mit Gruppenrabatt sparen die Freunde zusammen 2,60 €.

Lösung zu Aufgabe 15

a) Preis = Menge mal Kilopreis. Erdbeeren $0{,}5 \cdot 4{,}80 = 2{,}40$ €. Kirschen $1{,}25 \cdot 6{,}90 = 8{,}625$ €, gerundet $8{,}63$ €. Pflaumen $2 \cdot 2{,}40 = 4{,}80$ €.
b) $2{,}40 + 8{,}625 + 4{,}80 = 15{,}825$, gerundet $15{,}83$ €.
c) Wechselgeld: $20{,}00 - 15{,}83 = 4{,}17$ €.
d) $6{,}90 - 2{,}40 = 4{,}50$ €. Ein Kilogramm Kirschen kostet 4,50 € mehr als ein Kilogramm Pflaumen.
Antwort: Lena zahlt 15,83 € und erhält 4,17 € zurück.

Lösung zu Aufgabe 16

a) Nudeln $7{,}5 \cdot 1{,}39 = 10{,}425 \approx 10{,}43$ €; Soße $12 \cdot 1{,}15 = 13{,}80$ €; Äpfel $10{,}5 \cdot 2{,}20 = 23{,}10$ €; Saft $18 \cdot 1{,}05 = 18{,}90$ €.
b) Summe: $10{,}43 + 13{,}80 + 23{,}10 + 18{,}90 = 66{,}23$ €.
c) $66{,}23 : 25 = 2{,}6492$, also $2{,}65$ € pro Kind.
d) Nach dem Zuschuss bleiben $66{,}23 - 60 = 6{,}23$ €. Pro Kind $6{,}23 : 25 = 0{,}2492$, also etwa $0{,}25$ €.
Antwort: Die Verpflegung kostet 66,23 €, ohne Zuschuss 2,65 € pro Kind, mit Zuschuss nur etwa 25 Cent.

Lösung zu Aufgabe 17

a) Verbrauch = neuer Zählerstand minus alter: $449{,}3 - 412{,}7 = 36{,}6$ m³.
b) Kosten: $36{,}6 \cdot 3{,}85 = 140{,}91$ €.
c) Pro Monat: $140{,}91 : 12 \approx 11{,}74$ €.
d) $36{,}6$ m³ sind $36\,600$ l. Pro Tag: $36\,600 : 365 \approx 100{,}3$, also rund 100 l.
Antwort: Die Familie verbraucht 36,6 m³ im Jahr, zahlt dafür 140,91 € (etwa 11,74 € im Monat) und braucht täglich etwa 100 Liter.

Lösung zu Aufgabe 18

a) Fläche: $5{,}4 \cdot 3{,}8 = 20{,}52\,\mathrm{m}^2$.
b) Teppich: $20{,}52 \cdot 18{,}90 = 387{,}828$, gerundet $387{,}83$ €.
c) Umfang: $2 \cdot (5{,}4 + 3{,}8) = 2 \cdot 9{,}2 = 18{,}4$ m. An der Tür braucht man keine Leiste: $18{,}4 - 0{,}9 = 17{,}5$ m. Preis: $17{,}5 \cdot 2{,}35 = 41{,}125$, gerundet $41{,}13$ €.
d) Gesamt: $387{,}83 + 41{,}13 = 428{,}96$ €.
Antwort: Der Boden hat $20{,}52\,\mathrm{m}^2$; Teppich und Leisten kosten zusammen 428,96 €.

Lösung zu Aufgabe 19

Mit einem Überschlag finden wir die richtige Größenordnung und setzen das Komma passend.
a) $2{,}5 \cdot 0{,}4$ ist etwa $2{,}5 \cdot \frac{1}{2}$, also ungefähr 1. Richtig ist $1{,}00 = 1$.
b) $12{,}6 : 0{,}3 = 126 : 3 = 42$. Überschlag $12 : 0{,}3 = 40$. Hier ist 42 bereits richtig, es fehlt

kein Komma.
c) $0{,}75 \cdot 0{,}8$ ist kleiner als 1, etwa $0{,}6$. Richtig ist $0{,}60 = 0{,}6$.
d) $4 \cdot 2 = 8$. Richtig ist $8{,}91$.
Kontrolle mit Nachkommastellen: Bei d) haben die Faktoren zusammen drei Nachkommastellen, $405 \cdot 22 = 8910$, also $8{,}910$.

Lösung zu Aufgabe 20

a) $1{,}1^2 = 1{,}1 \cdot 1{,}1 = 1{,}21$. $1{,}01^2 = 1{,}0201$. $1{,}001^2 = 1{,}002001$.
b) Muster: Nach dem Komma steht zuerst eine 2 und ganz am Ende eine 1. Dazwischen und davor stehen Nullen. Je mehr Nullen die Ausgangszahl hat, desto mehr Nullen stehen vor der 2 und zwischen 2 und 1. Grund: $(1+x)^2 = 1 + 2x + x^2$; $2x$ liefert die 2, x^2 die 1 am Ende.
c) Vermutung: $1{,}0001^2 = 1{,}00020001$. Die Rechnung mit dem Taschenrechner bestätigt das.