Lösungen - Ganze Zahlen

Klasse: Klasse 6

Lösung zu Aufgabe 1

a) Wir zählen die Striche ab der Null: Nach links liegen die negativen, nach rechts die positiven Zahlen. A liegt drei Striche links der Null, also bei -3. B liegt einen Strich links, also bei -1. C liegt bei 2, D bei 4.
b) Der Abstand zur Null ist der Betrag. B hat den Abstand $|-1| = 1$, das ist der kleinste. B liegt also am nächsten an 0.
c) D hat den Abstand $|4| = 4$, A nur $|-3| = 3$. Den größten Abstand zur Null hat D.
Antwort: A $= -3$, B $= -1$, C $= 2$, D $= 4$.

Lösung zu Aufgabe 2

a) Die Gegenzahl liegt auf der anderen Seite der Null im gleichen Abstand; man ändert nur das Vorzeichen. Der Betrag ist der Abstand zur Null und ist nie negativ.
-6: Gegenzahl 6, Betrag 6.
9: Gegenzahl -9, Betrag 9.
0: Gegenzahl 0, Betrag 0.
-25: Gegenzahl 25, Betrag 25.
b) Nur die Zahl 0 ist ihre eigene Gegenzahl, denn sie hat kein Vorzeichen und liegt genau in der Mitte. Jede andere Zahl hat eine Gegenzahl auf der anderen Seite.

Lösung zu Aufgabe 3

Auf der Zahlengeraden ist eine Zahl umso kleiner, je weiter links sie liegt.
a) -3: Jede negative Zahl ist kleiner als jede positive Zahl.
b) -8: -8 liegt weiter links. Bei negativen Zahlen ist die Zahl mit dem größeren Betrag die kleinere.
c) $-10 = -10$: Beide Zahlen sind gleich.
d) $0 > -1$: Null ist größer als jede negative Zahl.
e) $-25 > -52$: -25 liegt weiter rechts, weil ihr Betrag kleiner ist.
Merke: Bei Temperaturen ist -25 °C wärmer als -52 °C.

Lösung zu Aufgabe 4

a) Zuerst ordnen wir die negativen Zahlen: -8 liegt weiter links als -3, weil ihr Betrag größer ist. Dann kommt die 0, danach die positiven Zahlen 2 und 5.
Ergebnis: -8.
b) Die negativen Zahlen sind -21, -12 und -1. Die Zahl mit dem größten Betrag ist am kleinsten, also -21, dann -12, dann -1. Die positiven Zahlen ordnen wir wie gewohnt: 1.
Ergebnis: -21.
Kontrolle: Gegenzahlen wie -12 und 12 stehen symmetrisch zur Mitte der Reihe.

Lösung zu Aufgabe 5

Beim Addieren einer positiven Zahl gehen wir auf der Zahlengeraden nach rechts, bei einer negativen nach links.
a) Start bei -5, 8 Schritte nach rechts: $-5+8=3$.
b) Start bei -7, 4 Schritte nach links: $-7+(-4)=-7-4=-11$. Gleiche Vorzeichen: Beträge addieren, Vorzeichen behalten.
c) Start bei 6, 9 Schritte nach links: $6+(-9)=6-9=-3$. Verschiedene Vorzeichen: Beträge subtrahieren, Vorzeichen der Zahl mit größerem Betrag.
d) $-12+12=0$. Eine Zahl plus ihre Gegenzahl ergibt immer 0.

Lösung zu Aufgabe 6

Regel: Eine Zahl subtrahieren heißt ihre Gegenzahl addieren.
a) $4-9=4+(-9)=-5$. Wir gehen von 4 aus 9 Schritte nach links.
b) $-3-5=-3+(-5)=-8$.
c) $-6-(-10)=-6+10=4$. Minus mal minus in der Klammer wird zu plus.
d) $2-(-7)=2+7=9$.
Kontrolle zu c) mit der Umkehraufgabe: $4+(-10)=-6$. Stimmt. Antwort: -5, -8, 4 und 9.

Lösung zu Aufgabe 7

Steht vor der Klammer ein Plus, bleiben die Vorzeichen; steht ein Minus davor, drehen sich alle Vorzeichen in der Klammer um.
a) $8+(-3)-(-5)=8-3+5=10$.
b) $-4-(+6)+(-2)=-4-6-2=-12$.
c) $10-(7-12)=10-7+12=15$. Kontrolle: Klammer zuerst, $7-12=-5$, dann $10-(-5)=15$.
d) $-(5-9)-(3+4)=-5+9-3-4=-3$. Kontrolle: $-(-4)-7=4-7=-3$.
Antwort: 10, -12, 15 und -3.

Lösung zu Aufgabe 8

Vorzeichenregeln: Gleiche Vorzeichen ergeben ein positives Ergebnis, verschiedene ein negatives. Das gilt für Mal und Geteilt.
a) Verschiedene Vorzeichen: $(-6)\cdot 7=-42$.
b) Gleiche Vorzeichen: $(-5)\cdot(-9)=45$.
c) Verschiedene Vorzeichen: $48:(-8)=-6$.
d) Gleiche Vorzeichen: $(-72):(-9)=8$.
e) Schrittweise: $(-2)\cdot(-3)=6$, dann $6\cdot(-4)=-24$. Allgemein gilt: Eine ungerade Anzahl negativer Faktoren ergibt ein negatives Produkt.

Lösung zu Aufgabe 9

Reihenfolge: zuerst Klammern, dann Punktrechnung (mal, geteilt), zuletzt Strichrechnung (plus, minus).

a) Zuerst $(-4) \cdot 5 = -20$, dann $3 + (-20) = -17$.
b) Klammer: $3 - 8 = -5$. Dann $(-5) \cdot (-2) = 10$.
c) Punktrechnungen: $-12 : (-3) = 4$ und $2 \cdot (-4) = -8$. Dann $4 + (-8) = -4$.
d) Klammer: $4 - 9 = -5$. Dann $3 \cdot (-5) = -15$, und $20 - (-15) = 20 + 15 = 35$.
Antwort: -17, 10, -4 und 35.

Lösung zu Aufgabe 10

a) Wir ordnen von kalt nach warm: -6. Reihenfolge: Mittwoch, Montag, Donnerstag, Dienstag, Freitag.
b) Wärmster Tag Freitag mit 4 °C, kältester Mittwoch mit -6 °C. Unterschied: $4 - (-6) = 10$ K. Auf dem Thermometer sind das 6 Grad bis zur Null und weitere 4 Grad darüber.
c) Von -3 °C auf 1 °C: $1 - (-3) = 4$ K wärmer.
d) Frost herrscht bei Temperaturen unter 0 °C, also am Montag, Mittwoch und Donnerstag.
Antwort: Der Unterschied beträgt 10 K, von Montag zu Dienstag stieg die Temperatur um 4 K.

Lösung zu Aufgabe 11

Guthaben schreiben wir positiv, Schulden negativ.
a) $12 - 20 = -8$. Jonas hat nach dem Kauf 8 € Schulden.
b) $-8 + 5 = -3$. Er hat nur noch 3 € Schulden.
c) $-3 + 10 = 7$. Er hat keine Schulden mehr, sondern 7 € Guthaben.
d) Die Änderung ist der Unterschied zwischen neuem und altem Stand: $-8 - 12 = -20$. Der Stand ist um 20 € gesunken; das ist genau der Preis des Spiels.
Antwort: Am Ende besitzt Jonas 7 €.

Lösung zu Aufgabe 12

Die Stockwerke liegen auf einer senkrechten Zahlengeraden.
a) Von -2 nach 10: $10 - (-2) = 12$ Stockwerke nach oben.
b) Von 8 nach -1: Der Unterschied ist $8 - (-1) = 9$ Stockwerke, und die Fahrt geht nach unten (Änderung -9).
c) $-1 + 7 = 6$, dann $6 - 3 = 3$. Maria kommt im 3. Stock an.
d) 2 Untergeschosse und 12 Obergeschosse ergeben $2 + 12 = 14$ Stockwerke; mit Erdgeschoss wären es 15 Ebenen.
Antwort: 12 Stockwerke, 9 Stockwerke abwärts, 3. Stock, 14 Stockwerke.

Lösung zu Aufgabe 13

Höhenunterschied = höhere Höhe minus tiefere Höhe.
a) $2962 - (-430) = 2962 + 430 = 3392$ m.
b) -430, also liegt das Tote Meer tiefer. Unterschied: $-86 - (-430) = 344$ m.
c) $8849 - (-86) = 8849 + 86 = 8935$ m.
d) $-86 + 500 = 414$ m. Der Bergsteiger befindet sich 414 m über dem Meeresspiegel.

Antwort: 3392 m, das Tote Meer liegt 344 m tiefer, 8935 m und 414 m.

Lösung zu Aufgabe 14

Abtauchen schreiben wir als Subtraktion, Aufsteigen als Addition.
a) $0 - 12 = -12$; $-12 - 8 = -20$; $-20 + 5 = -15$; $-15 - 10 = -25$. Die Positionen sind -12 m, -20 m, -15 m und -25 m.
b) Am Ende ist er bei -25 m, also 25 m unter der Oberfläche.
c) Von -25 auf 0: $0 - (-25) = 25$ m aufsteigen.
d) $-18 + 7 = -11$. Der zweite Taucher ist dann 11 m tief.
Antwort: Der Taucher endet in 25 m Tiefe und muss 25 m aufsteigen.

Lösung zu Aufgabe 15

a) Tordifferenz = Tore minus Gegentore. Adler $18 - 11 = 7$; Bären $9 - 14 = -5$; Falken $12 - 12 = 0$; Löwen $7 - 16 = -9$.
b) Von groß nach klein: Adler (7), Falken (0), Bären (-5), Löwen (-9).
c) Drei Tore ohne Gegentor: $-9 + 3 = -6$. Die Differenz der Löwen verbessert sich auf -6.
d) Die Bären müssen über 0 kommen. Mit 5 Toren hätten sie $-5 + 5 = 0$, also nur Gleichstand. Mit 6 Toren hätten sie $1 > 0$.
Antwort: Die Bären brauchen mindestens 6 Tore.

Lösung zu Aufgabe 16

a) Zuerst liest man die x-Koordinate (rechts/links), dann die y-Koordinate (oben/unten): $P(3|2)$, $Q(-1|3)$, $R(-4|-2)$, $S(2|-3)$.
b) Quadrant I: beide positiv, das ist P. Quadrant II: x negativ, y positiv, das ist Q. Quadrant III: beide negativ, das ist R. Quadrant IV: x positiv, y negativ, das ist S.
c) Beim Spiegeln an der y-Achse ändert sich nur das Vorzeichen der x-Koordinate: $P'(-3|2)$.
d) R liegt 4 Einheiten nach links und 2 nach unten; die anderen Punkte liegen in beiden Richtungen höchstens 3 Einheiten entfernt. R ist am weitesten vom Ursprung entfernt.

Lösung zu Aufgabe 17

a) Anstieg = Mittagswert minus Morgenwert. Hamburg $1 - (-4) = 5$ K; München $-2 - (-7) = 5$ K; Köln $5 - (-1) = 6$ K; Dresden $0 - (-6) = 6$ K.
b) Morgens am kältesten war München mit -7 °C, mittags am wärmsten Köln mit 5 °C.
c) Morgens: Summe $-4 + (-7) + (-1) + (-6) = -18$; Durchschnitt $-18 : 4 = -4{,}5$ °C.
d) Mittags: Summe $1 + (-2) + 5 + 0 = 4$; Durchschnitt $4 : 4 = 1$ °C.
Antwort: Im Durchschnitt stieg die Temperatur von $-4{,}5$ °C auf 1 °C, also um 5,5 K.

Lösung zu Aufgabe 18

a) Wir addieren die Punkte jeder Runde. Lena: $5 - 4 + 3 - 6 = -2$. Karim: $-3 + 6 - 5 + 8 = 6$. Tom: $2 - 2 - 4 + 7 = 3$.

b) Karim gewinnt mit 6 Punkten, Tom wird Zweiter mit 3 Punkten, Lena ist mit -2 Punkten Letzte.
c) Nach Runde 3 hatte Karim $-3+6-5=-2$ Punkte; erst die letzte Runde brachte ihn nach vorn.
d) Lena: $-2+7=5$. Tom bleibt bei 3. Da $5>3$, liegt Lena dann vor Tom.
Antwort: Ja, mit $+7$ überholt Lena Tom.

Lösung zu Aufgabe 19

a) Das Produkt -10 ist negativ, also hat eine Zahl ein Minuszeichen. Zerlegungen von 10: $1\cdot 10$, $2\cdot 5$. Die Summe -3 erreicht man mit 2 und -5. Probe: $2+(-5)=-3$, $2\cdot(-5)=-10$.
b) Produkt -12, Summe 1. Zerlegungen von 12: $1\cdot 12$, $2\cdot 6$, $3\cdot 4$. Die Summe 1 entsteht mit 4 und -3. Probe: $4\cdot(-3)=-12$.
c) Gesucht ist x mit $x\cdot(-4)=28$. Umkehraufgabe: $x=28:(-4)=-7$. Probe: $(-7)\cdot(-4)=28$.

Lösung zu Aufgabe 20

a) Zeile 1: $3+x+1=0$, also $x=-4$. Zeile 2: $y+0+2=0$, also $y=-2$. Zeile 3: $-1+4+z=0$, also $z=-3$.
b) Zeile 1: $3+(-4)+1=0$. Spalte 1: $3+(-2)+(-1)=0$. Diagonale: $3+0+(-3)=0$, die andere Diagonale $1+0+(-1)=0$. Auch die Spalten 2 ($-4+0+4$) und 3 ($1+2-3$) ergeben 0.
c) In Zeile 1 stehen bereits 3 und 1 mit der Summe 4. Damit die Summe 0 wird, muss die fehlende Zahl die Gegenzahl von 4 sein, also -4. Jede andere Zahl ergäbe eine Summe ungleich 0.