Lösungen - Flächeninhalt von Dreiecken und Parallelogrammen

Klasse: Klasse 6

Lösung zu Aufgabe 1

Formeln: Rechteck $A = a \cdot b$, $U = 2 \cdot (a + b)$; Quadrat $A = a \cdot a$, $U = 4 \cdot a$.
a) $A = 8 \cdot 5 = 40\,\text{cm}^2$; $U = 2 \cdot (8 + 5) = 2 \cdot 13 = 26$ cm.
b) $A = 7 \cdot 7 = 49\,\text{m}^2$; $U = 4 \cdot 7 = 28$ m.
c) $A = 2{,}5 \cdot 1{,}2 = 3\,\text{m}^2$; $U = 2 \cdot (2{,}5 + 1{,}2) = 2 \cdot 3{,}7 = 7{,}4$ m.
d) Aus $A = a \cdot b$ folgt $b = A : a = 36 : 9 = 4$ cm. Probe: $9 \cdot 4 = 36$.
Achte darauf: Flächen haben Quadrateinheiten (cm^2), Umfänge haben Längeneinheiten (cm).

Lösung zu Aufgabe 2

Bei Flächeneinheiten ist die Umrechnungszahl 100: $1\,\text{m}^2 = 100\,\text{dm}^2$, $1\,\text{dm}^2 = 100\,\text{cm}^2$, $1\,\text{a} = 100\,\text{m}^2$, $1\,\text{ha} = 100\,\text{a} = 10\,000\,\text{m}^2$.
a) In die kleinere Einheit multiplizieren: $5 \cdot 100 = 500\,\text{dm}^2$.
b) In die größere Einheit dividieren: $450 : 100 = 4{,}5\,\text{dm}^2$.
c) $3 \cdot 10\,000 = 30\,000\,\text{m}^2$.
d) $25\,000 : 10\,000 = 2{,}5$ ha.
e) $0{,}8 \cdot 100 = 80\,\text{m}^2$.

Lösung zu Aufgabe 3

Ein Parallelogramm kann man zu einem Rechteck umlegen: Man schneidet ein Dreieck ab und setzt es auf der anderen Seite an. Deshalb gilt $A = g \cdot h$.
a) $A = 9 \cdot 4 = 36\,\text{cm}^2$.
b) $A = 12{,}5 \cdot 6 = 75\,\text{m}^2$.
c) $A = 1{,}8 \cdot 0{,}75 = 1{,}35\,\text{m}^2$.
d) $A = 24 \cdot 18 = 432\,\text{cm}^2$. Da $100\,\text{cm}^2 = 1\,\text{dm}^2$, sind das $4{,}32\,\text{dm}^2$.
Wichtig: h ist der senkrechte Abstand zur Grundseite, nicht die schräge Seite.

Lösung zu Aufgabe 4

Zwei gleiche Dreiecke bilden zusammen ein Parallelogramm. Ein Dreieck hat deshalb die halbe Fläche: $A = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h$.
a) $A = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 7 = \frac{1}{2} \cdot 70 = 35\,\text{cm}^2$.
b) $A = \frac{1}{2} \cdot 6{,}4 \cdot 3 = 3{,}2 \cdot 3 = 9{,}6\,\text{m}^2$.
c) $A = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 8 = 15 \cdot 4 = 60\,\text{cm}^2$.
d) $A = \frac{1}{2} \cdot 2{,}4 \cdot 1{,}5 = 1{,}2 \cdot 1{,}5 = 1{,}8\,\text{m}^2$.

Tipp: Halbiere zuerst die Zahl, die sich leicht halbieren lässt.

Lösung zu Aufgabe 5

Wir stellen die Formel um und setzen ein.
a) Aus $A = g \cdot h$ folgt $h = A : g = 72 : 12 = 6$ cm. Probe: $12 \cdot 6 = 72$.
b) $g = A : h = 45 : 5 = 9$ m.
c) Beim Dreieck ist $g \cdot h = 2 \cdot A$. Also $h = 2 \cdot 30 : 10 = 60 : 10 = 6$ cm. Probe: $\frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 6 = 30$.
d) $g = 2 \cdot 42 : 7 = 84 : 7 = 12$ m. Probe: $\frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 7 = 42$.
Antwort: 6 cm, 9 m, 6 cm und 12 m.

Lösung zu Aufgabe 6

Jede Seite eines Dreiecks kann Grundseite sein, und für jede gilt $g \cdot h = 2 \cdot A = 48$.
a) Höhe zur Seite 8 cm: $h = 48 : 8 = 6$ cm.
b) Höhe zur Seite 6 cm: $h = 48 : 6 = 8$ cm.
c) Höhe zur Seite 12 cm: $h = 48 : 12 = 4$ cm.
d) Die größte Höhe (8 cm) gehört zur kürzesten Seite (6 cm). Da das Produkt $g \cdot h$ immer 48 ist, wird die Höhe umso kleiner, je länger die Grundseite ist. Die Fläche des Dreiecks bleibt natürlich bei jeder Wahl gleich.

Lösung zu Aufgabe 7

a) Wir zerlegen die Figur in zwei Rechtecke. Oberes Rechteck: $5 \cdot 3{,}5 = 17{,}5\,\text{cm}^2$.
Unteres Rechteck: $10 \cdot 4{,}5 = 45\,\text{cm}^2$.
b) Gesamtfläche: $17{,}5 + 45 = 62{,}5\,\text{cm}^2$.
c) Ergänzungsmethode: Das umschließende Rechteck ist 10 cm breit und $3{,}5 + 4{,}5 = 8$ cm hoch, also $80\,\text{cm}^2$. Die fehlende Ecke ist 5 cm mal $3{,}5$ cm, also $17{,}5\,\text{cm}^2$. Fläche: $80 - 17{,}5 = 62{,}5\,\text{cm}^2$.
Beide Wege liefern dasselbe Ergebnis, das ist eine gute Kontrolle.

Lösung zu Aufgabe 8

a) Dreiecksfläche: $A = \frac{1}{2} \cdot 4{,}5 \cdot 3 = \frac{1}{2} \cdot 13{,}5 = 6{,}75\,\text{m}^2$.
b) Erde: $6{,}75 \cdot 15 = 101{,}25$ l.
c) $101{,}25 : 40 \approx 2{,}53$. Zwei Säcke (80 l) reichen nicht, also muss er 3 Säcke kaufen. Hier wird immer aufgerundet.
d) Der Zaun läuft um das Beet, gebraucht wird der Umfang: $4{,}5 + 3{,}8 + 4{,}2 = 12{,}5$ m. Das ist mehr als 11 m, es fehlen $1{,}5$ m.
Antwort: Das Beet hat $6{,}75\,\text{m}^2$, er braucht 3 Säcke Erde, und der Zaun reicht nicht.

Lösung zu Aufgabe 9

a) Rechteck: $7 \cdot 3 = 21\,\text{m}^2$. Dreieck: $\frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 2{,}4 = 8{,}4\,\text{m}^2$.
b) Das Fenster hat $1{,}2 \cdot 1 = 1{,}2\,\text{m}^2$. Zu streichen: $21 + 8{,}4 - 1{,}2 = 28{,}2\,\text{m}^2$.

c) Zweimaliges Streichen: $2 \cdot 28{,}2 = 56{,}4\,\mathrm{m}^2$. Ein Eimer reicht für $60\,\mathrm{m}^2$, also reicht ein Eimer.
d) Man braucht $\frac{56{,}4}{60} = 0{,}94$ Eimer. Anteilig kostet das $0{,}94 \cdot 48 = 45{,}12$ €. Tatsächlich bezahlt man aber den ganzen Eimer für 48 €.

Lösung zu Aufgabe 10

a) Parallelogramm: $A = g \cdot h = 180 \cdot 120 = 21\,600\,\mathrm{m}^2$.
b) $1\,\mathrm{ha} = 10\,000\,\mathrm{m}^2$, also $21\,600 : 10\,000 = 2{,}16$ ha.
c) Ernte: $2{,}16 \cdot 8000 = 17\,280$ kg, also gut 17 Tonnen Weizen.
d) Ein Dreieck mit gleicher Grundseite und Höhe hat genau die halbe Fläche: $10\,800\,\mathrm{m}^2 = 1{,}08$ ha. Der Ertrag ist dann auch halb so groß: 8640 kg.
Antwort: $2{,}16$ ha und $17\,280$ kg Weizen; das dreieckige Feld bringt 8640 kg.

Lösung zu Aufgabe 11

a) Wand: $2{,}4 \cdot 3 = 7{,}2\,\mathrm{m}^2$. Tür: $0{,}9 \cdot 2 = 1{,}8\,\mathrm{m}^2$. Fenster: $1{,}2 \cdot 1{,}2 = 1{,}44\,\mathrm{m}^2$. Zu fliesen: $7{,}2 - 1{,}8 - 1{,}44 = 3{,}96\,\mathrm{m}^2$.
b) Fliese in Metern: $0{,}3 \cdot 0{,}2 = 0{,}06\,\mathrm{m}^2$.
c) $3{,}96 : 0{,}06 = 66$ Fliesen. Mit 10 % Reserve: $66 \cdot 1{,}1 = 72{,}6$. Man kann keine halbe Fliese kaufen, also 73 Fliesen.
d) $73 : 20 = 3{,}65$. Drei Kartons (60 Fliesen) reichen nicht, man braucht 4 Kartons.
Antwort: $3{,}96\,\mathrm{m}^2$, 73 Fliesen, 4 Kartons.

Lösung zu Aufgabe 12

a) Großsegel: $\frac{1}{2} \cdot 2{,}8 \cdot 7{,}5 = 1{,}4 \cdot 7{,}5 = 10{,}5\,\mathrm{m}^2$. Vorsegel: $\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 6 = 6\,\mathrm{m}^2$.
b) Gesamt: $10{,}5 + 6 = 16{,}5\,\mathrm{m}^2$.
c) Kosten: $16{,}5 \cdot 22 = 363$ €.
d) Unterschied $10{,}5 - 6 = 4{,}5\,\mathrm{m}^2$. Vergleichswert ist das Vorsegel: $\frac{4{,}5}{6} = 0{,}75 = 75\,\%$.
Antwort: Die Segelfläche beträgt $16{,}5\,\mathrm{m}^2$, das Tuch kostet 363 €, und das Großsegel ist um 75 % größer als das Vorsegel.

Lösung zu Aufgabe 13

a) Ein Wimpel: $\frac{1}{2} \cdot 24 \cdot 30 = 12 \cdot 30 = 360\,\mathrm{cm}^2$.
b) 20 Wimpel: $20 \cdot 360 = 7200\,\mathrm{cm}^2$. Da $1\,\mathrm{m}^2 = 10\,000\,\mathrm{cm}^2$, sind das $0{,}72\,\mathrm{m}^2$.
c) Bei 1 m Breite ist die Fläche gleich der Länge mal 1 m, also braucht man mindestens $0{,}72$ m Stoff. In der Praxis braucht man wegen Verschnitt etwas mehr.
d) 20 Wimpel nebeneinander sind $20 \cdot 24 = 480$ cm. Dazwischen gibt es 19 Lücken zu 5 cm, also 95 cm. Länge: $480 + 95 = 575$ cm $= 5{,}75$ m.

Lösung zu Aufgabe 14

a) Maßstab 1 : 2000 heißt: 1 cm auf dem Plan sind 2000 cm $= 20$ m in Wirklichkeit.

Länge $6 \cdot 20 = 120$ m, Breite $4 \cdot 20 = 80$ m.
b) Fläche: $120 \cdot 80 = 9600\,\text{m}^2$, das sind $0{,}96$ ha.
c) Grundseite $5 \cdot 20 = 100$ m, Höhe $3 \cdot 20 = 60$ m. Fläche: $\frac{1}{2} \cdot 100 \cdot 60 = 3000\,\text{m}^2$.
d) $9600 : 7140 \approx 1{,}34$. Der Park ist etwas größer als ein Fußballfeld; ganz passen nur eins hinein.
Achtung: Man muss erst die Längen umrechnen und dann die Fläche berechnen, nicht die Planfläche mit 2000 malnehmen.

Lösung zu Aufgabe 15

a) Spielfeld: $105 \cdot 68 = 7140\,\text{m}^2$.
b) Strafraum: $40{,}3 \cdot 16{,}5 = 664{,}95\,\text{m}^2$, gerundet $665\,\text{m}^2$.
c) Zwei Strafräume: $2 \cdot 664{,}95 = 1329{,}9\,\text{m}^2$. Anteil: $\frac{1329{,}9}{7140} \approx 0{,}186 = 18{,}6\,\%$.
d) Dünger: $7140 \cdot 30 = 214\,200$ g. Da 1000 g = 1 kg sind, braucht man $214{,}2$ kg.
Antwort: Das Feld hat $7140\,\text{m}^2$, die Strafräume machen knapp 19 % aus, und man braucht rund 214 kg Dünger.

Lösung zu Aufgabe 16

a) Eine Dachseite: $A = g \cdot h = 18 \cdot 5 = 90\,\text{m}^2$.
b) Beide Seiten: $180\,\text{m}^2$. Erlaubt sind 80 %: $0{,}8 \cdot 180 = 144\,\text{m}^2$.
c) Ein Modul hat $1{,}7 \cdot 1 = 1{,}7\,\text{m}^2$. $144 : 1{,}7 \approx 84{,}7$. Ein angefangenes Modul darf nicht montiert werden, also höchstens 84 Module.
d) Leistung: $84 \cdot 0{,}34 = 28{,}56$ kW.
Antwort: Es passen höchstens 84 Module mit zusammen $28{,}56$ kW Leistung.

Lösung zu Aufgabe 17

a) Rechteck: $40 \cdot 25 = 1000\,\text{m}^2$.
b) Der dreieckige Anbau: $\frac{1}{2} \cdot 25 \cdot 12 = 150\,\text{m}^2$.
c) Ganzes Grundstück: $1000 + 150 = 1150\,\text{m}^2$. Da $1\,\text{a} = 100\,\text{m}^2$, sind das $11{,}5$ a.
d) Preis: $1150 \cdot 180 = 207\,000$ €.
Vorgehen: Eine zusammengesetzte Fläche zerlegt man in bekannte Teilflächen, berechnet jede einzeln und addiert sie. Antwort: Das Grundstück hat $1150\,\text{m}^2$ und kostet $207\,000$ €.

Lösung zu Aufgabe 18

a) Wand: $4{,}5 \cdot 2{,}5 = 11{,}25\,\text{m}^2$. Fenster: $1{,}6 \cdot 1{,}3 = 2{,}08\,\text{m}^2$. Tür: $0{,}9 \cdot 2{,}1 = 1{,}89\,\text{m}^2$. Zu streichen: $11{,}25 - 2{,}08 - 1{,}89 = 7{,}28\,\text{m}^2$.
b) Zweimal streichen: $14{,}56\,\text{m}^2$. Ein Liter reicht für $8\,\text{m}^2$: $14{,}56 : 8 = 1{,}82$ l.
c) Ein Eimer enthält 2,5 l, das reicht für 1,82 l. Man kauft einen Eimer für 14 €.
d) Fenster und Tür zusammen: $2{,}08 + 1{,}89 = 3{,}97\,\text{m}^2$. Anteil: $\frac{3{,}97}{11{,}25} \approx 35{,}3\,\%$.

Lösung zu Aufgabe 19

a) Rechteck: $b = A : a = 48 : 8 = 6$ cm.
b) Parallelogramm: $g = A : h = 48 : 6 = 8$ cm.
c) Dreieck: $h = 2 \cdot A : g = 96 : 12 = 8$ cm.
d) Für ein Dreieck mit $48\,\text{cm}^2$ muss $g \cdot h = 96$ sein. Mögliche Paare sind zum Beispiel $g = 16$ cm und $h = 6$ cm oder $g = 24$ cm und $h = 4$ cm. Probe: $\frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 6 = 48$.
Fazit: Gleiche Fläche bedeutet nicht gleiche Form.

Lösung zu Aufgabe 20

a) $A = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 4 = 12\,\text{cm}^2$.
b) Grundseite 12 cm, Höhe 4 cm: $\frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 4 = 24\,\text{cm}^2$. Die Fläche verdoppelt sich, weil nur ein Faktor verdoppelt wurde.
c) Grundseite 12 cm, Höhe 8 cm: $\frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 8 = 48\,\text{cm}^2$. Die Fläche wird viermal so groß, denn $2 \cdot 2 = 4$.
d) Grundseite 3 cm, Höhe 2 cm: $\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 2 = 3\,\text{cm}^2$. Das ist ein Viertel der ursprünglichen Fläche, denn $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$.