Lernzettel - Einführung in die Prozentrechnung

Klasse: Klasse 6

Prozente begegnen dir bei Rabatten, Umfragen und Zinsen. Hier lernst du, was Prozent bedeutet und wie du Prozentwert, Prozentsatz und Grundwert berechnest.

Einstieg: Das Rabattschild

Im Schaufenster steht: „20 % auf alle Jacken“. Eine Jacke kostet 80 €. Wie viel sparst du? Und im Nachbargeschäft kostet eine Jacke 75 € ohne Rabatt: Wo ist es günstiger? Prozent begegnen dir überall: auf Preisschildern, auf dem Handy-Akku, in der Wettervorhersage („Regenwahrscheinlichkeit 30 %“) und im Zeugnis. Das Wort bedeutet „von Hundert“. Mit Prozenten kannst du Anteile bei ganz verschiedenen Gesamtmengen vergleichen. In diesem Kapitel lernst du, Prozentwert, Prozentsatz und Grundwert zu berechnen, Prozente im Diagramm zu lesen und Rabatte auszurechnen.

Was bedeutet Prozent?

Definition: Prozent

Das Wort Prozent kommt aus dem Lateinischen und bedeutet „von hundert“. Ein Prozent ist ein Hundertstel: $1\,\% = \frac{1}{100} = 0{,}01$. Mit Prozenten vergleicht man Anteile leicht, weil sich alles auf dieselbe Zahl 100 bezieht.

Bruch	Dezimalzahl	Prozent
$\frac{1}{2}$	0,5	50 %
$\frac{1}{4}$	0,25	25 %
$\frac{3}{4}$	0,75	75 %
$\frac{1}{5}$	0,2	20 %
$\frac{1}{10}$	0,1	10 %
$\frac{1}{20}$	0,05	5 %

Beispiel 1: Fußball

45 von 100 Kindern mögen Fußball. Wie viele wären es bei 200 Kindern mit demselben Anteil?

Es sind 45 %. Bei 200 Kindern sind das 90 Kinder.

Grundwert, Prozentsatz und Prozentwert

Definition: Grundwert, Prozentsatz, Prozentwert

Der **Grundwert G** ist das Ganze (100 %). Der **Prozentsatz p %** sagt, wie viel Prozent vom Ganzen gemeint sind. Der **Prozentwert W** ist der Teil, der dem Prozentsatz entspricht.

Merke

In jeder Aufgabe sind zwei Größen gegeben, die dritte ist gesucht. Als Hilfe schreibst du eine Tabelle: links die Größen (Grundwert und Prozentwert), rechts die Prozente (100 % und p %). Beispiel: 25 % von 80 € sind 20 €, also G = 80 €, p % = 25 % und W = 20 €.

Prozentwert berechnen

Regel: Prozentwert

Gesucht ist W, gegeben sind G und p %: $W = G \cdot \frac{p}{100}$. Mit dem Dreisatz berechnet man zuerst 1 % (G : 100) und dann p % (mal p). Im Kopf: 50 % ist die Hälfte, 25 % ein Viertel, 10 % ein Zehntel, 1 % ein Hundertstel.

Beispiel 2: 35 % von 40 kg

Berechne 35 % von 40 kg.

1 % sind $40 : 100 = 0{,}4\ \text{kg}$, 35 % sind $0{,}4 \cdot 35 = 14\ \text{kg}$.

Beispiel 3: Umfrage

In einer Umfrage unter 120 Kindern nennen 45 % Fußball als Lieblingssport. Wie viele Kinder sind das?

1 % sind 1,2 Kinder, 45 % sind $45 \cdot 1{,}2 = 54$ Kinder.

Prozentsatz berechnen

Regel: Prozentsatz

Gesucht ist p %, gegeben sind W und G. Man bildet den Anteil $W : G$ als Bruch oder Dezimalzahl und wandelt ihn in Prozent um (auf Hundertstel erweitern).

Beispiel 4: Anteil in Prozent

15 von 60 Kindern fahren mit dem Bus. Wie viel Prozent sind das?

$\frac{15}{60} = \frac{1}{4} = \frac{25}{100} = 25\,\%$.

Grundwert berechnen

Regel: Grundwert

Gesucht ist G, gegeben sind W und p %. Wenn p % genau W entsprechen, dann ist 1 % gleich $W : p$ und 100 % sind $(W : p) \cdot 100$.

So gehst du vor: Dreisatz über 1 %

1. Schreibe auf: p % entsprechen W.
2. Teile durch p: So erhältst du 1 %.
3. Multipliziere mit 100: So erhältst du 100 %, also den Grundwert.

Beispiel 5: Rabatt rückwärts

Nach 20 % Rabatt kostet ein Buch 12 €. Wie teuer war es vorher?

Der Preis nach dem Rabatt entspricht 80 % des alten Preises. 80 % sind 12 €, 10 % sind 1,50 €, 100 % sind 15 €.

Beispiel 6: 20 % sind 14

20 % von einer Zahl sind 14. Wie groß ist die Zahl?

$1\,\% = 14 : 20 = 0{,}7$, also $100\,\% = 0{,}7 \cdot 100 = 70$.

Prozente in Diagrammen

Definition: Kreisdiagramm und Streifendiagramm

Anteile zeigt man gern im **Kreisdiagramm** oder im **Streifendiagramm**. Der ganze Kreis (oder Streifen) entspricht 100 %. Ein Viertel des Kreises sind 25 %, ein halber Kreis 50 %.

Merke

Die Prozentsätze aller Teile ergeben zusammen immer 100 %. Fehlt ein Teil, rechnet man: 100 % − (Summe der anderen).

Anwendungen

Beispiel 7: Rabatt

Eine Jacke kostet 80 €. Es gibt 25 % Rabatt. Was kostet sie jetzt?

Rabatt: $80 : 4 = 20\,€$. Neuer Preis: $80 - 20 = 60\,€$. Oder gleich: Der neue Preis entspricht 75 % von 80 €, also 60 €.

Beispiel 8: Mehr als 100 %

Wie viel sind 150 % von 40?

100 % sind 40, 50 % sind 20, also 150 % sind 60. Prozentsätze über 100 % kommen bei Preiserhöhungen und Wachstum vor. Der Prozentwert ist dann größer als der Grundwert.

Prozent, Bruch und Dezimalzahl

Prozent, Bruch und Dezimalzahl sind drei Schreibweisen desselben Anteils. Wichtige Werte solltest du auswendig kennen:

Prozent	Bruch	Dezimalzahl
$1\,\%$	$\frac{1}{100}$	$0{,}01$
$10\,\%$	$\frac{1}{10}$	$0{,}1$
$20\,\%$	$\frac{1}{5}$	$0{,}2$
$25\,\%$	$\frac{1}{4}$	$0{,}25$
$50\,\%$	$\frac{1}{2}$	$0{,}5$
$75\,\%$	$\frac{3}{4}$	$0{,}75$

Beispiel 9: Bruch in Prozent

Schreibe $\frac{3}{8}$ als Prozentsatz.

Erweitern auf Hundertstel geht nicht ganz glatt, deshalb dividierst du: $3 : 8 = 0{,}375$. Mit 100 multipliziert: $0{,}375 = 37{,}5\,\%$. Das sind $\frac{37{,}5}{100}$.

Prozentwert über 1 Prozent berechnen

So gehst du vor: Mit dem Dreisatz zum Prozentwert

1. Berechne 1 % des Grundwertes: Grundwert durch 100.
2. Multipliziere mit dem Prozentsatz.
3. Gib das Ergebnis mit Einheit an und prüfe, ob es sinnvoll ist.

Beispiel 10: 15 Prozent von 240 Euro

Berechne $15\,\%$ von 240 €.

$1\,\%$ von 240 € sind $240 : 100 = 2{,}40$ €. Dann $15\,\%$: $15 \cdot 2{,}40 = 36$ €. Kontrolle: $10\,\%$ sind 24 €, $5\,\%$ sind 12 €, zusammen 36 €.

Rabatt und Aufschlag

Regel: Neuer Preis

Bei einem **Rabatt** berechnest du den Prozentwert (die Ersparnis) und ziehst ihn vom alten Preis ab. Bei einem **Aufschlag** addierst du den Prozentwert. Es gilt: Neuer Preis $=$ alter Preis $\mp$ Prozentwert. Du kannst auch direkt rechnen: Ein Rabatt von $25\,\%$ bedeutet, dass du noch $75\,\%$ zahlst.

Beispiel 11: Jacke im Angebot

Eine Jacke kostet 80 €. Sie wird um $25\,\%$ billiger. Wie viel kostet sie jetzt?

Rabatt: $25\,\%$ von 80 € $= \frac{1}{4} \cdot 80 = 20$ €. Neuer Preis: $80 - 20 = 60$ €. Direkt: $75\,\%$ von 80 € $= 0{,}75 \cdot 80 = 60$ €.

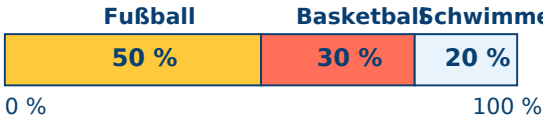
Beispiel 12: Preiserhöhung

Ein Eis kostete $1{,}50$ € und wird um $10\,\%$ teurer. Wie viel kostet es nun?

Aufschlag: $10\,\%$ von $1{,}50$ € $= 0{,}15$ €. Neuer Preis: $1{,}50 + 0{,}15 = 1{,}65$ €.

Prozente im Streifen- und Kreisdiagramm

Im Streifendiagramm steht der ganze Streifen für $100\,\%$. Hier siehst du, welchen Sport die Kinder einer Klasse am liebsten treiben.



Regel: Prozent im Kreisdiagramm

Im Kreisdiagramm gehören zu $100\,\%$ genau $360°$. Also entspricht $1\,\%$ dem Winkel $3{,}6°$. Der Winkel eines Kreisausschnitts ist Prozentsatz mal $3{,}6°$.

Beispiel 13: Winkel im Kreisdiagramm

Wie groß ist der Winkel für $30\,\%$ im Kreisdiagramm?

$30 \cdot 3{,}6° = 108°$. Probe: $30\,\%$ sind $\frac{3}{10}$ vom Kreis, $\frac{3}{10} \cdot 360° = 108°$.

Achtung: Typische Fehler

Prozentsätze von verschiedenen Grundwerten darfst du nicht einfach vergleichen: $50\,\%$ von 10 € sind 5 €, aber $10\,\%$ von 1000 € sind 100 €. Frage immer: Wovon sind es Prozent? Der Grundwert ist stets $100\,\%$. Außerdem gilt: Erst $10\,\%$ mehr und dann $10\,\%$ weniger ergibt nicht wieder den Anfangswert, denn die zweite Rechnung bezieht sich auf einen anderen Grundwert.

Wusstest du schon?

Das Wort „Prozent“ kommt aus dem Lateinischen: „pro centum“ heißt „für Hundert“. Schon im alten Rom rechnete man mit Hundertsteln, zum Beispiel bei der Steuer auf verkaufte Waren. Das Zeichen % entstand im Lauf der Zeit aus „cento“.

Einstiegsaktivität: Das Hunderterfeld

Zeichne ein Quadrat aus 10 mal 10 Kästchen auf Karopapier. Es hat genau 100 Kästchen, jedes Kästchen ist also ein Prozent. Färbe 25 Kästchen rot: Du siehst sofort, dass 25 % ein Viertel des Quadrats sind. Färbe danach 10 Kästchen blau, das ist eine ganze Reihe, also ein Zehntel. Mit dem Hunderterfeld kannst du jeden Prozentsatz sichtbar machen und mit Brüchen vergleichen. Probiere selbst: Wie viele Kästchen sind 50 %, wie viele sind $\frac{1}{5}$?

Schon gewusst?

Das Wort „Prozent“ kommt aus dem Italienischen: „per cento“ bedeutet „für hundert“. Italienische Kaufleute rechneten schon im 15. Jahrhundert Gewinne und Zinsen in Hundertsteln aus. Aus der Abkürzung „p cento“ wurde mit der Zeit das Zeichen %. Heute begegnen dir Prozente beim Akku deines Handys, bei Rabatten im Geschäft, in Wahlergebnissen und auf Lebensmittelverpackungen.

Häufiger Fehler

Viele verwechseln Grundwert und Prozentwert. Frage dich immer: Was ist hier das Ganze? Das Ganze ist der Grundwert und entspricht 100 %. Der Teil davon ist der Prozentwert. Wenn in einer Klasse mit 25 Kindern 5 Kinder eine Brille tragen, ist 25 der Grundwert und 5 der Prozentwert. Der Prozentsatz ist dann $\frac{5}{25} = 20\,\%$, nicht $\frac{25}{5}$.

Merke: Das Wichtigste auf einen Blick

- Prozent heißt Hundertstel: $1\,\% = \frac{1}{100} = 0{,}01$.
- Grundwert G ist das Ganze ($100\,\%$), Prozentsatz $p\,\%$ ist der Anteil, Prozentwert W ist der Teil: $W = G \cdot \frac{p}{100}$.
- Prozentwert: $W = G \cdot p\,\%$; Prozentsatz: $p\,\% = \frac{W}{G}$; Grundwert: $G = \frac{W}{p\,\%}$.
- Über 1 %: Grundwert durch 100, dann mal Prozentsatz. Für 10 %, 50 %, 25 %

gibt es schnelle Wege im Kopf.
- Rabatt: Neuer Preis $=$ alter Preis minus Prozentwert. Aufschlag: plus Prozentwert.
- Im Kreisdiagramm entspricht $1\,\%$ dem Winkel $3{,}6^\circ$, im Streifendiagramm ist die ganze Länge $100\,\%$.
- Prozente nur vergleichen, wenn der Grundwert gleich ist; $+10\,\%$ und $-10\,\%$ heben sich nicht auf.

Achtung

Verwechsle nicht Prozentsatz und Prozentwert: 25 % von 80 sind nicht 25, sondern 20. Bei „von“ steht der Grundwert direkt dahinter. Der Rabatt ist nicht der neue Preis. Addiere keine Prozente, die sich auf verschiedene Grundwerte beziehen. Rechne mit genauen Werten und runde erst am Ende.

Ottos Tipp

Merke dir 10 %, 1 % und 50 % im Kopf. Für 35 % rechnest du 3 · 10 % + 5 %, für 15 % rechnest du 10 % + 5 % (die Hälfte von 10 %). Das geht schneller als jede Formel und hilft beim Überschlag.