Lösungen - Einführung in die Prozentrechnung

Klasse: Klasse 6

Lösung zu Aufgabe 1

a) „Prozent“ heißt „von Hundert“, also $p\,\% = \frac{p}{100}$.
$30\,\% = \frac{30}{100} = \frac{3}{10} = 0{,}3$.
$\frac{3}{4}$ erweitern wir mit 25: $\frac{75}{100} = 75\,\% = 0{,}75$.
$0{,}07$ sind sieben Hundertstel: $\frac{7}{100} = 7\,\%$.
$125\,\% = \frac{125}{100}$, gekürzt mit 25 ergibt $\frac{5}{4} = 1{,}25$.
b) Die Zeile mit $125\,\%$: Der Anteil ist größer als 100 %, also mehr als das Ganze. Man erkennt es auch am Bruch $\frac{5}{4} > 1$ und an der Dezimalzahl $1{,}25 > 1$.

Lösung zu Aufgabe 2

Wir erweitern den Bruch, bis im Nenner 100 steht. Geht das nicht, teilen wir Zähler durch Nenner.
a) $\frac{1}{4}$ mit 25 erweitert: $\frac{25}{100} = 25\,\%$.
b) $\frac{7}{20}$ mit 5 erweitert: $\frac{35}{100} = 35\,\%$.
c) $\frac{3}{5}$ mit 20 erweitert: $\frac{60}{100} = 60\,\%$.
d) 8 ist kein Teiler von 100, also dividieren wir: $3 : 8 = 0{,}375$. Das sind $37{,}5$ Hundertstel, also $37{,}5\,\%$.
Antwort: 25 %, 35 %, 60 % und 37,5 %.

Lösung zu Aufgabe 3

Der Grundwert ist das Ganze (100 %). Wir berechnen den Prozentwert, also den Anteil.
a) 10 % sind ein Zehntel: $350 : 10 = 35$ €.
b) 25 % sind ein Viertel: $48 : 4 = 12$ kg.
c) 1 % von 240 m sind $240 : 100 = 2{,}4$ m. Dann $15 \cdot 2{,}4 = 36$ m.
d) 1 % von 75 l sind $0{,}75$ l. Dann $60 \cdot 0{,}75 = 45$ l. Schneller: 60 % sind $\frac{3}{5}$, und $75 : 5 \cdot 3 = 45$.
Antwort: 35 €, 12 kg, 36 m und 45 l.

Lösung zu Aufgabe 4

Den Prozentsatz erhält man, indem man den Anteil durch das Ganze teilt: $\frac{W}{G}$.
a) $\frac{18}{72}$ kürzen mit 18: $\frac{1}{4} = 25\,\%$.
b) $\frac{9}{60}$ kürzen mit 3: $\frac{3}{20} = \frac{15}{100} = 15\,\%$.
c) $\frac{45}{36}$ kürzen mit 9: $\frac{5}{4} = \frac{125}{100} = 125\,\%$. Der Anteil ist größer als das Ganze, deshalb mehr als 100 %.
d) $\frac{7}{28} = \frac{1}{4} = 25\,\%$.

Antwort: 25 %, 15 %, 125 % und 25 %.

Lösung zu Aufgabe 5

Wir schließen vom Prozentwert über 1 % auf 100 %.
a) 20 % sind 30 €. Dann ist 1 % gleich $30 : 20 = 1{,}50$ €, und 100 % sind 150 €.
b) 5 % sind 12 kg. 1 % ist $12 : 5 = 2{,}4$ kg, 100 % sind 240 kg.
c) 35 % sind 84 m. 1 % ist $84 : 35 = 2{,}4$ m, 100 % sind 240 m.
d) 150 % sind 45 l. 1 % ist $45 : 150 = 0{,}3$ l, 100 % sind 30 l. Der Grundwert ist hier kleiner als der Prozentwert, weil mehr als 100 % gegeben sind.
Probe zu a): 20 % von 150 € sind $150 : 5 = 30$ €.

Lösung zu Aufgabe 6

Wir nutzen die einfachen Prozentsätze als Brüche.
a) 10 % ist ein Zehntel: $80 : 10 = 8$ €.
b) 50 % ist die Hälfte: $36 : 2 = 18$ €.
c) 25 % ist ein Viertel: $200 : 4 = 50$ €.
d) 1 % ist ein Hundertstel: $4500 : 100 = 45$ €.
e) 5 % ist die Hälfte von 10 %. 10 % von 60 € sind 6 €, also sind 5 % genau 3 €.
Antwort: 8 €, 18 €, 50 €, 45 € und 3 €.

Lösung zu Aufgabe 7

a) Alle Anteile zusammen sind 100 %. Für Essen und Sonstiges bleiben $100 - 40 - 25 - 20 = 15\,\%$.
b) Der Vollkreis hat 360°, also entspricht 1 % genau $3{,}6^\circ$. Schlafen $40 \cdot 3{,}6^\circ = 144^\circ$, Schule 90°, Freizeit 72°, Rest 54°. Kontrolle: $144 + 90 + 72 + 54 = 360$.
c) 40 % von 24 h: $24 \cdot 0{,}4 = 9{,}6$ h. Da $0{,}6$ h $= 36$ min sind, schläft Lisa 9 h 36 min.
Antwort: 15 % bleiben; Winkel 144°, 90°, 72°, 54°; Lisa schläft 9,6 Stunden.

Lösung zu Aufgabe 8

a) Am Streifen liest man ab: Fußball 50 %, Basketball 30 %, Schwimmen 20 %. Als Brüche: $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{10}$ und $\frac{1}{5}$.
b) Grundwert 30 Kinder. Fußball $\frac{1}{2} \cdot 30 = 15$, Basketball $\frac{3}{10} \cdot 30 = 9$, Schwimmen $\frac{1}{5} \cdot 30 = 6$ Kinder. Kontrolle: $15 + 9 + 6 = 30$.
c) Jetzt ist der Grundwert 32, und 8 Kinder mögen Schwimmen. Schwimmen $\frac{8}{32} = \frac{1}{4} = 25\,\%$, Fußball $\frac{15}{32} \approx 46{,}9\,\%$, Basketball $\frac{9}{32} \approx 28{,}1\,\%$.
Obwohl bei Fußball und Basketball niemand dazukommt, sinken ihre Prozentsätze, weil das Ganze größer geworden ist.

Lösung zu Aufgabe 9

a) Rabatt = Prozentsatz mal Preis. Schuhe: 20 % von 90 € $= 90 \cdot 0{,}2 = 18$ €. Trikot: 15 % von 40 € $= 6$ €. Ball: 10 % von 25 € $= 2{,}50$ €.

b) Neuer Preis = alter Preis minus Rabatt. Schuhe $72{,}00$ €, Trikot $34{,}00$ €, Ball $22{,}50$ €.
c) Ersparnis insgesamt: $18 + 6 + 2{,}50 = 26{,}50$ €.
d) Der ursprüngliche Gesamtpreis ist $90 + 40 + 25 = 155$ €. Prozentsatz: $\frac{26{,}50}{155} \approx 0{,}171 = 17{,}1\,\%$.
Antwort: Man spart 26,50 €, das sind etwa 17,1 % des Gesamtpreises.

Lösung zu Aufgabe 10

Grundwert ist das Taschengeld von 20 €. 1 % davon sind 0,20 €.
a) Sparen: $35 \cdot 0{,}20 = 7{,}00$ €.
b) Süßes und Zeitschriften: $40 \cdot 0{,}20 = 8{,}00$ €.
c) Für Geschenke bleiben $100 - 35 - 40 = 25\,\%$, also ein Viertel von 20 €, das sind $5{,}00$ €. Kontrolle: $7 + 8 + 5 = 20$.
d) In 6 Monaten spart Mia $6 \cdot 7 = 42$ €.
Antwort: Mia spart 7 € im Monat und nach einem halben Jahr 42 €; für Geschenke legt sie 25 % oder 5 € zurück.

Lösung zu Aufgabe 11

a) Mit der Note 5: $25 - 5 - 8 - 7 - 3 = 2$ Kinder.
b) Grundwert 25 Kinder, ein Kind entspricht $\frac{1}{25} = 4\,\%$. Note 1: $5 \cdot 4 = 20\,\%$; Note 2: $32\,\%$; Note 3: $28\,\%$; Note 4: $12\,\%$; Note 5: $8\,\%$. Summe 100 %.
c) „Mindestens die Note 3“ heißt Note 1, 2 oder 3: $20 + 32 + 28 = 80\,\%$.
d) Wählt man einen Streifen von 100 mm, entspricht 1 % genau 1 mm. Die Abschnitte sind also 20 mm, 32 mm, 28 mm, 12 mm und 8 mm lang und werden mit den Noten beschriftet.

Lösung zu Aufgabe 12

a) Grundwert 20 Spiele, ein Spiel entspricht 5 %. Gewonnen $12 \cdot 5 = 60\,\%$, unentschieden $25\,\%$, verloren $15\,\%$.
b) Der andere Verein gewann $\frac{16}{30} \approx 0{,}533 = 53{,}3\,\%$. Der FC Sonnenberg ist mit 60 % erfolgreicher, obwohl er weniger Siege hat.
c) Nach 10 weiteren Spielen sind es 30 Spiele. 60 % von 30 sind 18 Siege. Damit die Quote über 60 % liegt, braucht man mindestens 19 Siege. Bisher sind es 12, also müssen $19 - 12 = 7$ der nächsten 10 Spiele gewonnen werden.
Antwort: Mindestens 7 Siege sind nötig.

Lösung zu Aufgabe 13

a) Mit dem Auto: $200 - 90 - 50 - 40 = 20$ Kinder.
b) Grundwert 200, also ist 1 % gleich 2 Kinder. Bus $90 : 2 = 45\,\%$, Rad $25\,\%$, zu Fuß $20\,\%$, Auto $10\,\%$.
c) Je Prozent $3{,}6^\circ$: Bus 162°, Rad 90°, zu Fuß 72°, Auto 36°. Summe 360°.
d) 40 % von 200 Kindern: $0{,}4 \cdot 200 = 80$ Kinder. Das wären 30 Kinder mehr als heute.
Antwort: 20 Kinder kommen mit dem Auto; beim Ziel von 40 % kämen 80 Kinder mit

dem Rad.

Lösung zu Aufgabe 14

a) 12 % von 1,5 l: $1{,}5 \cdot 0{,}12 = 0{,}18$ l Fruchtsaft.
b) 1 l = 1000 ml, also $0{,}18$ l $= 180$ ml.
c) Der Saft in der Flasche kostet $0{,}18 \cdot 1{,}80 = 0{,}324$, gerundet $0{,}32$ €.
d) Die Mischung hat $0{,}25 + 0{,}75 = 1$ l. Der Saftanteil ist $\frac{0{,}25}{1} = 0{,}25 = 25\,\%$.
Antwort: In der Flasche sind 180 ml Fruchtsaft im Wert von etwa 32 Cent; die Mischung enthält 25 % Fruchtsaft.

Lösung zu Aufgabe 15

a) Morgens 100 %, nach der Schule 64 %. Verbraucht wurden $100 - 64 = 36\,\%$.
b) Von 64 % auf 25 %: $64 - 25 = 39\,\%$ am Nachmittag und Abend.
c) Abends sind noch 25 % der Kapazität übrig: $3000 \cdot 0{,}25 = 750$ mAh.
d) Der Sparmodus startet bei 25 %. Das sind ebenfalls $\frac{1}{4} \cdot 3000 = 750$ mAh.
Antwort: Bis Schulende wurden 36 %, danach 39 % verbraucht; abends sind 750 mAh übrig, und genau bei diesem Wert schaltet sich der Sparmodus ein.

Lösung zu Aufgabe 16

a) Spenden: $100 - 30 - 25 - 20 - 15 = 10\,\%$.
b) 1 % von 600 € sind 6 €. Kuchen $30 \cdot 6 = 180$ €, Getränke 150 €, Waffeln 120 €, Tombola 90 €, Spenden 60 €. Summe 600 €.
c) 40 % gehen in die Klassenkasse, also erhält das Tierheim 60 %: $60 \cdot 6 = 360$ €.
d) Die Waffeln brachten 120 € ein. Die Kosten machen $\frac{50}{120} \approx 0{,}417 = 41{,}7\,\%$ der Waffeleinnahmen aus.
Antwort: Das Tierheim bekommt 360 €; die Waffelkosten sind etwa 41,7 % der Waffeleinnahmen.

Lösung zu Aufgabe 17

a) 1 % von 4800 € sind 48 €. Bus $25 \cdot 48 = 1200$ €, Unterkunft 2160 €, Essen 960 €, Ausflüge 480 €. Summe 4800 €.
b) Pro Kind: $4800 : 24 = 200$ €.
c) Der Förderverein zahlt $15 \cdot 48 = 720$ €. Es bleiben $4800 - 720 = 4080$ €, pro Kind $4080 : 24 = 170$ €.
d) Ohne Förderverein bei 22 Kindern: $4800 : 22 \approx 218{,}18$ €.
Antwort: Jedes Kind zahlt 200 €, mit Förderverein 170 €; bei 22 Kindern ohne Zuschuss rund 218,18 €.

Lösung zu Aufgabe 18

a) Nach einem Rabatt von 20 % zahlt man 80 % des Preises. A: $15 \cdot 0{,}8 = 12{,}00$ €. B: $14 \cdot 0{,}85 = 11{,}90$ €. C: $13 \cdot 0{,}9 = 11{,}70$ €.

b) Vom billigsten zum teuersten: C (11,70 €), B (11,90 €), A (12,00 €).
c) Mit 20 % Rabatt: $13 \cdot 0{,}8 = 10{,}40$ €, also 1,30 € billiger als vorher.
d) Der Rabatt wird immer vom Ausgangspreis berechnet. Laden A gibt den größten Rabatt, startet aber beim höchsten Preis. Deshalb ist A trotz 20 % Rabatt am teuersten. Man muss immer den Endpreis vergleichen.

Lösung zu Aufgabe 19

a) Erhöhung um 10 %: $100 \cdot 1{,}1 = 110$ €. Senkung um 10 %: $110 \cdot 0{,}9 = 99$ €.
b) Die beiden 10 % beziehen sich auf verschiedene Grundwerte. Die Erhöhung sind 10 % von 100 €, also 10 €. Die Senkung sind 10 % von 110 €, also 11 €. Es wird 1 € mehr abgezogen als vorher aufgeschlagen.
c) Von 110 € müssen genau 10 € abgezogen werden: $\frac{10}{110} \approx 0{,}091 = 9{,}1\,\%$.
Antwort: Der Endpreis ist 99 €; damit wieder 100 € herauskommen, müsste der Preis nur um etwa 9,1 % sinken.

Lösung zu Aufgabe 20

a) Der Preis steigt um 20 €. Grundwert ist der alte Preis 80 €: $\frac{20}{80} = \frac{1}{4} = 25\,\%$.
b) Der Preis sinkt um 20 €. Grundwert ist jetzt der alte Preis 100 €: $\frac{20}{100} = 20\,\%$.
c) Der Unterschied ist beide Male 20 €, aber der Grundwert ist verschieden. 20 € sind ein Viertel von 80 €, aber nur ein Fünftel von 100 €.
Merke: Bei Prozentangaben muss man immer fragen: „Prozent wovon?“ Der Grundwert ist stets der Ausgangswert.