Arbeitsblatt - Dreiecke und Winkelsumme

Klasse: Klasse 6 · 20

Der Rechenweg muss angegeben werden.

Aufgabe 1

Aufgabe 1 – Winkelarten bestimmen

Ordne jedem Winkel seine Art zu: spitzer Winkel (unter 90°), rechter Winkel, stumpfer Winkel (zwischen 90° und 180°), gestreckter Winkel, überstumpfer Winkel (über 180°).

a) 35°
b) 90°
c) 120°
d) 180°
e) 250°

Aufgabe 2

Aufgabe 2 – Den dritten Winkel berechnen

In einem Dreieck sind zwei Winkel gegeben. Berechne den dritten Winkel mit der Winkelsumme 180°.

a) $\alpha = 50^\circ$, $\beta = 60^\circ$
b) $\alpha = 90^\circ$, $\beta = 35^\circ$
c) $\beta = 112^\circ$, $\gamma = 28^\circ$
d) $\alpha = 47^\circ$, $\gamma = 83^\circ$

Aufgabe 3

Aufgabe 3 – Dreiecke bestimmen

Bestimme für jedes Dreieck die Art nach den Winkeln und, wenn möglich, nach den Seiten.

Dreieck	Winkel
A	$60^\circ,\ 60^\circ,\ 60^\circ$
B	$90^\circ,\ 45^\circ,\ 45^\circ$
C	$120^\circ,\ 30^\circ,\ 30^\circ$
D	$50^\circ,\ 60^\circ,\ 70^\circ$

a) Ordne jedem Dreieck seine Art nach den Winkeln zu.
b) Welche Dreiecke sind gleichschenklig? Begründe.
c) Welches Dreieck ist gleichseitig?

Aufgabe 4

Aufgabe 4 – Nebenwinkel und Scheitelwinkel

Zwei Geraden schneiden sich. Berechne die übrigen Winkel, wenn der erste Winkel gegeben ist.

a) $\alpha = 40^\circ$
b) $\alpha = 135^\circ$
c) $\alpha = 90^\circ$
d) Wie groß ist der Nebenwinkel zu $\alpha = 72^\circ$?

Aufgabe 5

Aufgabe 5 – Gleichschenklige Dreiecke

In einem gleichschenkligen Dreieck sind die Basiswinkel gleich groß. Berechne die fehlenden Winkel.

a) Spitzenwinkel 40°
b) Spitzenwinkel 100°
c) Basiswinkel 65°
d) Basiswinkel 45°

Aufgabe 6

Aufgabe 6 – Gibt es das Dreieck?

Prüfe mit der Dreiecksungleichung, ob sich ein Dreieck mit den Seitenlängen zeichnen lässt. Dazu muss jede Seite kürzer sein als die Summe der anderen beiden.

a) 3 cm, 4 cm, 5 cm
b) 2 cm, 3 cm, 6 cm
c) 4 cm, 4 cm, 8 cm
d) 7 cm, 7 cm, 7 cm

Aufgabe 7

Aufgabe 7 – Konstruktion aufschreiben

Beschreibe in Schritten, wie du jedes Dreieck mit Geodreieck und Zirkel konstruierst.

a) $a = 6$ cm, $b = 5$ cm, $c = 4$ cm (SSS)
b) $c = 5$ cm, $\alpha = 50^\circ$, $\beta = 60^\circ$ (WSW). Berechne zuerst γ.

Aufgabe 8

Aufgabe 8 – Der Dachgiebel

Familie Becker baut ein Haus mit Satteldach. Der Giebel ist ein gleichschenkliges Dreieck. Die Dachneigung beträgt 40°.

a) Wie groß ist der Spitzenwinkel am First?
b) Ein zweites Haus hat einen Giebel mit dem Spitzenwinkel 90°. Wie groß ist die Dachneigung dort?
c) Welches Dach ist steiler? Begründe.
d) Die Dachschräge ist $4{,}5$ m lang. Wie lang ist der Dachrand um das ganze Giebeldreieck, wenn die Hausbreite 7 m beträgt?

Aufgabe 9

Aufgabe 9 – Der Fahrradrahmen

Das Hauptdreieck eines Fahrradrahmens wird aus Oberrohr, Sitzrohr und Unterrohr gebildet. Zwei Winkel sind 73° und 71°.

a) Wie groß ist der dritte Winkel?
b) Um welche Art von Dreieck handelt es sich?
c) Welche Rohrlänge liegt gegenüber dem größten Winkel? Begründe.

Aufgabe 10

Aufgabe 10 – Der Umweg

Ben wandert von A nach B ($2{,}4$ km) und weiter von B nach C ($3{,}1$ km). Eine Straße führt direkt von A nach C.

a) Wie lang ist der Weg A–B–C?
b) Kann die direkte Straße 6 km lang sein? Begründe.
c) Welche Längen sind für die direkte Straße möglich (Dreiecksungleichung)?
d) Wie viele Kilometer spart Ben, wenn die direkte Straße 4 km lang ist?

Aufgabe 11

Aufgabe 11 – Das Segelboot

Das Segel eines Bootes hat die Form eines gleichschenkligen Dreiecks. Der Winkel an der Mastspitze beträgt 50°. Die beiden Schenkel sind je $3{,}2$ m lang, die untere Kante ist $2{,}7$ m lang.

a) Wie groß sind die Basiswinkel?
b) Wie groß ist der Umfang des Segels?
c) Für den Rand wird Band zu $2{,}50$ € pro Meter gekauft. Wie teuer ist das Band für den ganzen Umfang?
d) Prüfe, ob die Seitenlängen ein Dreieck ergeben.

Aufgabe 12

Aufgabe 12 – Das Zelt

Ein Campingzelt hat vorne ein gleichschenkliges Dreieck als Eingang. Der Winkel an der Spitze ist 80°, die Schenkel sind $2{,}5$ m lang, die Bodenkante ist $3{,}2$ m lang.

a) Wie groß sind die Winkel am Boden?
b) Wie lang ist die Rahmenstange um das Dreieck (Umfang)?
c) Zwei Zelte stehen nebeneinander. Das zweite hat Basiswinkel von $60°$. Welche Form hat sein Eingang?
d) Zeichne das Zeltdreieck im Maßstab $1:50$ und gib die Seitenlängen in cm an.

Aufgabe 13

Aufgabe 13 – Das Warndreieck

Ein Warndreieck am Straßenrand ist ein gleichseitiges Dreieck mit der Seitenlänge 70 cm.

a) Wie groß ist jeder Winkel?
b) Wie groß ist der Umfang in Metern?
c) Das Dreieck soll mit einem roten Band umrandet werden. Das Band wird in $1{,}5$ m langen Stücken verkauft. Wie viele Stücke braucht man für 3 Warndreiecke?
d) Zeichne ein gleichseitiges Dreieck mit 5 cm Seitenlänge. Welches Werkzeug brauchst du?

Aufgabe 14

Aufgabe 14 – Das Pizzastück

Eine runde Pizza wird in 8 gleich große Stücke geschnitten. Jedes Stück ist ein gleichschenkliges Dreieck (die Rundung wird vernachlässigt). Der Winkel an der Spitze liegt im Mittelpunkt.

a) Wie groß ist der Spitzenwinkel eines Stücks?
b) Wie groß sind die Basiswinkel?
c) Die Pizza wird in 6 Stücke geschnitten. Wie groß sind jetzt Spitzen- und Basiswinkel?
d) Bei welcher Zahl von Stücken ist jedes Stück ein gleichseitiges Dreieck? Begründe.

Aufgabe 15

Aufgabe 15 – Problem: Vermessung am See

Das Ufer eines Sees soll vermessen werden. Zwischen zwei Punkten A und B am Ufer liegt der See. Vom Baum C aus werden die Winkel gemessen: Im Punkt A beträgt der Winkel zwischen AB und AC genau $62°$, im Punkt B genau $48°$. Die Strecke AC ist 120 m lang.

a) Wie groß ist der Winkel bei C?
b) Welche Art von Dreieck ist ABC?
c) Welche der drei Seiten ist am längsten, welche am kürzesten? Begründe mit den Winkeln.
d) Zeichne das Dreieck im Maßstab $1:2000$. Wie lang ist AC auf dem Papier?

Aufgabe 16

Aufgabe 16 – Problem: Der Schatten des Turms

Ein Kirchturm wirft bei Sonnenschein einen Schatten auf den waagerechten Platz. Der Turm steht senkrecht. Die Sonnenstrahlen treffen den Boden unter dem Winkel 35°.

a) Zeichne die Situation als Dreieck: Turm, Schatten, Sonnenstrahl.
b) Wie groß ist der Winkel an der Turmspitze?
c) Um welche Art von Dreieck handelt es sich?
d) Am Nachmittag ist die Sonne tiefer und der Winkel beträgt nur noch 25°. Wie groß ist der Winkel an der Turmspitze jetzt, und wird der Schatten länger oder kürzer?

Aufgabe 17

Aufgabe 17 – Problem: Die Fachwerkbrücke

Eine Brücke besteht aus mehreren Stahldreiecken. Für fünf Dreiecke sind je zwei Winkel gemessen.

Dreieck	Winkel 1	Winkel 2	Winkel 3
I	60°	60°	?
II	45°	65°	?
III	90°	35°	?
IV	30°	30°	?
V	55°	55°	?

a) Berechne die dritten Winkel.
b) Bestimme die Art jedes Dreiecks nach den Winkeln.
c) Welche Dreiecke sind gleichschenklig?
d) Welches Dreieck ist am stabilsten gebaut, also gleichseitig?

Aufgabe 18

Aufgabe 18 – Problem: In Dreiecke zerlegen

Vom Park im Plan soll ein Vieleck in Dreiecke zerlegt werden, um die Winkelsumme zu berechnen. Ein Viereck wird durch eine Diagonale in 2 Dreiecke zerlegt, ein Fünfeck von einer Ecke aus in 3 Dreiecke.

Vieleck	Zahl der Ecken	Dreiecke	Winkelsumme
Viereck	4	2	?
Fünfeck	5	3	?
Sechseck	6	4	?
Zehneck	10	?	?

a) Berechne die Winkelsummen.
b) Wie viele Dreiecke entstehen bei einem Vieleck mit n Ecken?

c) Wie groß ist ein Innenwinkel im regelmäßigen Sechseck?
d) Ein Park hat die Form eines Fünfecks. Vier Winkel messen $100°$, $120°$, $110°$, $95°$. Wie groß ist der fünfte?

Aufgabe 19

Aufgabe 19 – Knobelaufgabe: Winkel im Verhältnis

Die Winkel eines Dreiecks verhalten sich wie $2 : 3 : 4$.

a) Berechne alle drei Winkel.
b) Welche Art von Dreieck ist es?
c) Ein anderes Dreieck hat Winkel im Verhältnis $1 : 1 : 2$. Berechne sie und nenne die Art.

Aufgabe 20

Aufgabe 20 – Knobelaufgabe: Stimmt das?

Beurteile die Aussagen und begründe mit der Winkelsumme.

a) „Ein Dreieck kann zwei rechte Winkel haben."
b) „Ein Dreieck hat die Winkel $100°$, $50°$ und $40°$."
c) „Ein gleichseitiges Dreieck ist auch gleichschenklig."
d) „Ein stumpfwinkliges Dreieck kann gleichschenklig sein."