Lernzettel - Dezimalzahlen

Klasse: Klasse 6

Dezimalzahlen begegnen dir bei Geld, Längen, Gewichten und Zeiten. Hier lernst du, sie zu lesen, zu vergleichen, zu runden und in Brüche umzuwandeln.

Einstieg: Der Weitsprung

Beim Sportfest springen Ayla $4{,}52$ m, Jonas $4{,}5$ m und Mira $4{,}09$ m. Wer hat gewonnen? Viele denken, $4{,}09$ sei die größte Zahl, weil die 9 größer ist als die 5. Das stimmt nicht: Entscheidend ist die erste Stelle nach dem Komma, bei Mira steht dort eine 0, bei den anderen eine 5. Dezimalzahlen sind überall: bei Preisen, Weiten, Zeiten, Temperaturen und Gewichten. In diesem Kapitel lernst du, Dezimalzahlen sicher zu lesen, zu vergleichen, zu runden und in Brüche zu verwandeln. Der Schlüssel dazu ist die Stellenwerttafel.

Dezimalzahlen und die Stellenwerttafel

Definition: Dezimalzahl

Eine **Dezimalzahl** schreibt Zahlen zwischen den ganzen Zahlen mit einem **Komma**. Links vom Komma stehen die Ganzen, rechts die Bruchteile: **Zehntel, Hundertstel, Tausendstel**. Jede Stelle ist 10-mal so viel wert wie die Stelle rechts von ihr.

Z	E	,	z	h	t
1	4	,	2	0	7

Die Zahl 14,207 besteht aus 1 Zehner, 4 Einern, 2 Zehnteln, 0 Hundertsteln und 7 Tausendsteln. Als Bruch: $14{,}207 = 14\frac{207}{1000}$. Die Zahl 0,3 ist $\frac{3}{10}$, die Zahl 0,07 ist $\frac{7}{100}$.

Merke: Endnullen

Nullen am Ende einer Dezimalzahl ändern den Wert nicht: $0{,}5 = 0{,}50 = 0{,}500$. Nullen in der Mitte sind wichtig: 0,05 und 0,5 sind verschieden.

Dezimalzahlen vergleichen und ordnen

Regel: Vergleichen

Gehe von links nach rechts vor: erst die Ganzen, dann die Zehntel, dann die Hundertstel. Am einfachsten füllst du die kürzere Zahl mit Endnullen auf. **Eine Zahl mit mehr Nachkommastellen ist nicht automatisch größer!**

Beispiel 1: Ordnen

Ordne 0,5; 0,45; 0,405; 0,54 und 0,055 der Größe nach, beginne mit der kleinsten.

Auf drei Stellen aufgefüllt: 0,500; 0,450; 0,405; 0,540; 0,055. Ergebnis: 0,055 < 0,405 < 0,45 < 0,5 < 0,54.

Beispiel 2: Zwei Zahlen

Welche Zahl ist größer, 0,3 oder 0,29?

Aufgefüllt: 0,30 und 0,29. Wegen 30 > 29 ist 0,3 größer.

Runden

Regel: Runden

Man schaut auf die Ziffer rechts von der Rundungsstelle. Bei 0 bis 4 wird abgerundet, bei 5 bis 9 aufgerundet. Beispiel: $4{,}876 \approx 4{,}88$ (Hundertstel), $4{,}876 \approx 4{,}9$ (Zehntel), $4{,}876 \approx 5$ (ganze Zahl).

Beispiel 3: Runden mit Übertrag

Runde 12,95 auf Zehntel und 9,96 auf Zehntel.

Bei 12,95 steht rechts der Zehntel eine 5, also wird aufgerundet: 12,9 wird 13,0 (die 9 springt auf 10, der Übertrag geht zu den Einern). Ebenso wird 9,96 zu 10,0.

Komma verschieben

Regel: Komma verschieben

Multiplizieren mit 10, 100, 1000: Das Komma wandert um 1, 2 oder 3 Stellen nach rechts. Dividieren durch 10, 100, 1000: Das Komma wandert nach links. Fehlende Stellen füllt man mit Nullen: $100 \cdot 0{,}07 = 7$ und $3{,}7 : 10 = 0{,}37$.

Bruch und Dezimalzahl umwandeln

So gehst du vor: Bruch in Dezimalzahl

1. Ist der Nenner ein Teiler von 10, 100 oder 1000, erweitere auf diesen Nenner: $\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = 0{,}6$.
2. Sonst teile den Zähler durch den Nenner (schriftliche Division): $3 : 4 = 0{,}75$.
3. Hört die Division nie auf, entsteht eine **periodische Dezimalzahl**: $\frac{1}{3} = 0{,}\overline{3}$.

So gehst du vor: Dezimalzahl in Bruch

1. Lies die Zahl als Bruch mit Nenner 10, 100 oder 1000.
2. Kürze den Bruch: $0{,}75 = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$.

Merke: Zum Auswendiglernen

$\frac{1}{2} = 0{,}5$, $\frac{1}{4} = 0{,}25$, $\frac{3}{4} = 0{,}75$, $\frac{1}{5} = 0{,}2$, $\frac{1}{10} = 0{,}1$, $\frac{1}{8} = 0{,}125$.

Beispiel 4: Umwandeln

Schreibe $\frac{7}{20}$ als Dezimalzahl und 0,125 als Bruch.

Erweitern mit 5: $\frac{7}{20} = \frac{35}{100} = 0{,}35$. Und $0{,}125 = \frac{125}{1000}$, gekürzt mit 125 ergibt $\frac{1}{8}$.

Dezimalzahlen am Zahlenstrahl und im Alltag

Hinweis

Am Zahlenstrahl teilt man die Strecke zwischen zwei ganzen Zahlen in zehn Abschnitte: Jeder Strich ist ein Zehntel. Zwischen 2,6 und 2,7 teilt man noch einmal in zehn Abschnitte (Hundertstel). Zwischen zwei Dezimalzahlen liegen immer weitere Zahlen.

Beispiel 5: Größen mit Komma

Rechne um: 2,35 m in cm, 450 g in kg, 3 € 5 ct in €, 1,5 h in min.

2,35 m = 235 cm (1 m = 100 cm). 450 g = 0,45 kg (1 kg = 1000 g). 3 € 5 ct = 3,05 €. 1,5 h = 90 min, denn 0,5 h = 30 min.

Beispiel 6: Rundungsgenauigkeit

Eine Strecke ist 7,846 km lang. Wie rundest du bei einer Wegbeschreibung?

Auf Zehntel gerundet sind es 7,8 km. Wie genau man rundet, hängt von der Situation ab: Beim Bezahlen wird auf Cent, beim Wetterbericht auf Zehntelgrad gerundet.

Dezimalzahlen und Stufenzahlen

Definition: Stufenzahlen

Die Zahlen 10, 100, $1\,000$, … heißen **Stufenzahlen**. Jede Dezimalzahl lässt sich als Bruch mit einer Stufenzahl im Nenner schreiben: $0{,}7 = \frac{7}{10}$, $0{,}07 = \frac{7}{100}$, $0{,}007 = \frac{7}{1000}$. Die Zahl der Nachkommastellen sagt dir, wie viele Nullen der Nenner hat.

Beispiel 7: Von der Dezimalzahl zum Bruch

Schreibe $0{,}375$ als Bruch und kürze vollständig.

Drei Nachkommastellen, also der Nenner 1000: $0{,}375 = \frac{375}{1000}$. Beide Zahlen sind durch 125 teilbar ($375 = 3 \cdot 125$, $1000 = 8 \cdot 125$). Also $\frac{375}{1000} = \frac{3}{8}$. Probe: $3 : 8 = 0{,}375$.

Vom Bruch zur Dezimalzahl

So gehst du vor: Bruch in Dezimalzahl umwandeln

1. Der Bruchstrich bedeutet „geteilt durch“: Teile den Zähler durch den Nenner.
2. Dividiere schriftlich und setze das Komma, sobald du die Ziffern nach dem Komma holst (hänge Nullen an).
3. Wenn die Rechnung aufgeht (Rest 0), ist die Dezimalzahl abbrechend. Wiederholen sich die Reste, ist sie periodisch.

Beispiel 8: Abbrechende Dezimalzahl

Wandle $\frac{3}{8}$ in eine Dezimalzahl um.

$3 : 8$: $30 : 8 = 3$ Rest 6, $60 : 8 = 7$ Rest 4, $40 : 8 = 5$ Rest 0. Ergebnis: $\frac{3}{8} = 0{,}375$. Die Division geht auf, die Zahl bricht ab.

Beispiel 9: Periodische Dezimalzahl

Wandle $\frac{2}{3}$ in eine Dezimalzahl um.

$2 : 3$: $20 : 3 = 6$ Rest 2, wieder $20 : 3 = 6$ Rest 2, und so weiter. Es entsteht $0{,}666\ldots = 0{,}\overline{6}$. Die Ziffer 6 wiederholt sich immer, das ist die **Periode**. Beim Runden auf Hundertstel erhältst du $0{,}67$.

Regel: Wann bricht eine Dezimalzahl ab?

Ein vollständig gekürzter Bruch ergibt eine abbrechende Dezimalzahl, wenn der Nenner nur die Primfaktoren 2 und 5 enthält. Beispiele: $\frac{1}{4} = 0{,}25$, $\frac{7}{20} = 0{,}35$, $\frac{3}{40} = 0{,}075$. Bei allen anderen Nennern (3, 6, 7, 9, …) entsteht eine periodische Dezimalzahl, zum Beispiel ' mit sechs Ziffern in der Periode.

Dezimalzahlen am Zahlenstrahl ablesen

Zwischen zwei ganzen Zahlen liegen beliebig viele Dezimalzahlen. Am Zahlenstrahl liest du sie ab, indem du erst die ganze Zahl bestimmst und dann die Striche zählst. Der Strahl unten geht von 3 bis 4 und ist in Zehntel geteilt.



Beispiel 10: Ablesen

Welche Zahlen gehören zu den Punkten A, B und C im Strahl von 3 bis 4?

Punkt A liegt zwei Striche hinter der 3: $3{,}2$. Punkt C liegt einen Strich vor der 4: $3{,}9$. Punkt B liegt genau zwischen $3{,}5$ und $3{,}6$: $3{,}55$.

Einheiten als Dezimalzahlen

Regel: Einheiten umwandeln

Beim Umwandeln von Einheiten wird das Komma verschoben. Es gilt: 1 m = 100 cm, 1 km = 1 000 m, 1 kg = 1 000 g, 1 € = 100 ct, 1 l = 1 000 ml. Von der großen zur kleinen Einheit wird die Zahl größer, das Komma wandert nach rechts; von der kleinen zur großen Einheit wandert es nach links.

Beispiel 11: Weiten und Gewichte

Wandle um: a) $3{,}45$ m in cm, b) $0{,}8$ kg in g, c) 250 g in kg, d) 7 ct in €.

a) $3{,}45 \cdot 100 = 345$ cm. b) $0{,}8 \cdot 1000 = 800$ g. c) $250 : 1000 = 0{,}25$ kg. d) $7 : 100 = 0{,}07$ €.

Runden mit Sinn

Beispiel 12: Richtig runden

Runde $3{,}0449$ auf Hundertstel.

Du schaust nur auf die Stelle direkt hinter der Rundungsstelle, hier auf die 4 an der Tausendstelstelle. Sie ist kleiner als 5, also wird abgerundet: $3{,}04$. Falsch wäre es, von hinten zu runden: $3{,}0449 \to 3{,}045 \to 3{,}05$.

Achtung: Typische Fehler

Eine Dezimalzahl mit mehr Nachkommastellen ist nicht automatisch größer: $0{,}25$ ist größer als $0{,}2499$. Vergleiche immer von links nach rechts, Stelle für Stelle. Nullen am Ende darfst du anhängen oder weglassen ($0{,}5 = 0{,}50$), Nullen zwischen Komma und erster Ziffer nicht: $0{,}05$ ist nicht $0{,}5$. Beim Kommaverschieben mit 10, 100, 1000 wandert das Komma, die Ziffern bleiben gleich.

Wusstest du schon?

Der Mathematiker Simon Stevin aus Brügge schrieb 1585 das erste Buch über

Dezimalbrüche, „De Thiende“ (Die Zehntel). In Deutschland schreibt man das Komma, in den USA und in Großbritannien einen Punkt: $3{,}14$ heißt dort 3.14.

Merke: Das Wichtigste auf einen Blick

- Rechts vom Komma stehen Zehntel, Hundertstel, Tausendstel; jede Stelle ist 10-mal so viel wert wie die rechte Nachbarstelle.
- Dezimalzahlen vergleichst du von links nach rechts, Stelle für Stelle. Endnullen ändern den Wert nicht.
- Beim Runden entscheidet nur die Ziffer direkt hinter der Rundungsstelle: 0 bis 4 abrunden, 5 bis 9 aufrunden.
- Multiplizieren mit 10, 100, 1000 verschiebt das Komma nach rechts, Dividieren nach links.
- Dezimalzahl in Bruch: Nenner ist die Stufenzahl, dann kürzen. Bruch in Dezimalzahl: Zähler durch Nenner teilen.
- Abbrechende Dezimalzahlen entstehen, wenn der Nenner nur die Primfaktoren 2 und 5 hat; sonst sind sie periodisch.
- Einheiten (m, cm, kg, g, €, ct) rechnest du durch Kommaverschieben um; am Zahlenstrahl liegt der größere Wert rechts.

Achtung

„Mehr Stellen, größere Zahl“ stimmt nicht: 0,25 ist kleiner als 0,3. Verwechsle Zehntel und Hundertstel nicht: 0,4 ist $\frac{4}{10}$. Beim Runden entscheidet nur die Ziffer direkt rechts von der Rundungsstelle. Beim Komma verschieben die Nullen nicht vergessen: 3,7 : 100 = 0,037.

Ottos Tipp

Wenn du Dezimalzahlen vergleichst, hängst du Nullen an, bis alle gleich viele Nachkommastellen haben. Dann vergleichst du, als wären es ganze Zahlen. Bist du unsicher, verwandle die Zahl in einen Bruch: 0,25 ist $\frac{25}{100}$, also ein Viertel.