Lernzettel - Winkel messen und zeichnen

Klasse: Klasse 5

Winkel begegnen dir überall: an Türen, an der Uhr und bei Tortenstücken. Hier lernst du, Winkel zu benennen, zu messen und zu zeichnen.

Einstieg: Die Tür und die Uhr

Wenn du eine Tür öffnest, drehst du sie um einen Winkel. Auch die Zeiger einer Uhr drehen sich: In einer Stunde wandert der Minutenzeiger einmal ganz um das Zifferblatt, das sind 360°. Der Winkel misst, wie weit etwas gedreht ist. In diesem Kapitel lernst du, Winkel zu benennen, zu messen, zu zeichnen und mit Winkelsummen zu rechnen.

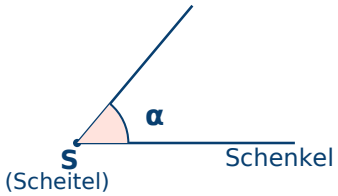
Was ist ein Winkel?

Definition: Winkel

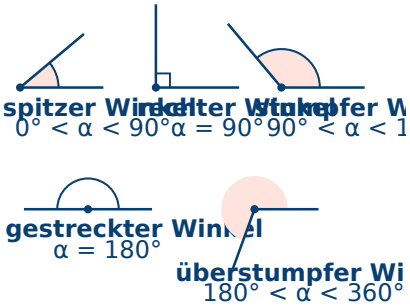
Ein **Winkel** entsteht, wenn zwei Strahlen im selben Punkt beginnen. Der gemeinsame Anfangspunkt heißt **Scheitel** S, die beiden Strahlen heißen **Schenkel**. Ein Winkel gibt an, wie weit man einen Schenkel drehen muss, bis er auf den anderen fällt.

Merke: Schreibweise und Einheit

Winkel bezeichnet man mit griechischen Buchstaben α, β, γ, δ oder mit drei Punkten, zum Beispiel $\angle ASB$, wobei der Scheitel in der Mitte steht. Gemessen wird in **Grad**: Eine volle Drehung hat 360°, eine halbe 180°, eine Viertelumdrehung 90°.



Winkelarten



Name	Größe	Beispiel
spitzer Winkel	größer als 0°, kleiner als 90°	35°
rechter Winkel	genau 90°	Ecke eines Blattes
stumpfer Winkel	größer als 90°, kleiner als 180°	120°
gestreckter Winkel	genau 180°	gerade Linie
überstumpfer Winkel	größer als 180°, kleiner als 360°	250°
Vollwinkel	genau 360°	ganze Drehung

Beispiel 1: Winkelart bestimmen

Welche Art ist $\alpha = 40^\circ$? Wie groß und welche Art ist sein Nebenwinkel?

40° ist kleiner als 90°, also spitz. Der Nebenwinkel misst $180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$ und ist stumpf. Beide zusammen bilden eine gerade Linie.

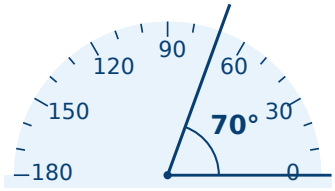
Winkel messen mit dem Geodreieck

So gehst du vor: Winkel messen

1. Lege den Nullpunkt (Markierung in der Mitte der langen Kante) genau auf den Scheitel.
2. Lege die lange Kante auf einen Schenkel, sodass dieser auf 0° der Skala liegt.
3. Lies dort ab, wo der zweite Schenkel die Skala schneidet. Nimm die Skala, bei der der erste Schenkel auf 0° liegt.
4. Prüfe mit einer Schätzung, ob der Winkel spitz oder stumpf ist.

Hinweis

Reichen die Schenkel nicht bis zur Skala, verlängere sie mit dem Lineal.



Winkel zeichnen

So gehst du vor: Winkel zeichnen

1. Zeichne einen Schenkel als Strahl vom Scheitel S aus.
2. Lege das Geodreieck mit dem Nullpunkt auf S und der langen Kante auf den Strahl.
3. Markiere an der Skala die Gradzahl mit einem kleinen Strich.
4. Verbinde den Strich mit S.

Beispiel 2: Winkel von 70°

Zeichne einen Winkel von 70°.

Strahl vom Scheitel S aus zeichnen, Geodreieck anlegen, an der Skala 70° markieren und mit S verbinden. Für einen überstumpfen Winkel wie 250° zeichnet man den Ergänzungswinkel 110° und nimmt die andere Seite.

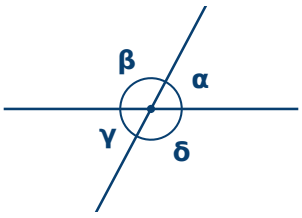
Nebenwinkel und Scheitelwinkel

Definition: Nebenwinkel

Schneiden sich zwei Geraden, entstehen vier Winkel. Zwei benachbarte Winkel heißen **Nebenwinkel**. Sie ergänzen sich zu 180°: $\alpha + \beta = 180^\circ$.

Definition: Scheitelwinkel

Zwei gegenüberliegende Winkel heißen **Scheitelwinkel** und sind gleich groß.



Beispiel 3: Vier Winkel an Geraden

Ist $\alpha = 65^\circ$, wie groß sind die anderen drei Winkel?

Der Nebenwinkel ist $\beta = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$. Der Scheitelwinkel von α ist wieder 65°,

der von β wieder 115°. Probe: $65 + 115 + 65 + 115 = 360°$.

Ergänzungswinkel

Definition: Ergänzungswinkel

Zwei Winkel, die zusammen 90° ergeben, heißen Komplementwinkel. Zwei Winkel, die zusammen 180° ergeben, heißen Supplementwinkel (Nebenwinkel).

Beispiel 4: Zum rechten Winkel

Wie viel fehlt 37° bis zum rechten Winkel?

$90° - 37° = 53°$.

Winkelsumme in Dreieck und Viereck

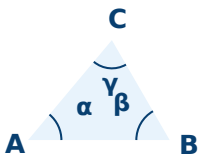
Satz: Winkelsumme

In jedem Dreieck beträgt die Summe der Innenwinkel 180°. In jedem Viereck beträgt sie 360°.

Beispiel 5: Dritter Winkel

In einem Dreieck sind $\alpha = 50°$ und $\beta = 60°$. Berechne γ.

$\gamma = 180° - 50° - 60° = 70°$. Beim Rechteck gilt $4 \cdot 90° = 360°$.



Beispiel 6: Messfehler erkennen

Kann ein Dreieck die gemessenen Winkel 100°, 50° und 40° haben? Und 90°, 45°, 45°?

Es gilt $100 + 50 + 40 = 190$, mehr als 180: Das ist ein Messfehler, man muss nachmessen. Dagegen ist $90 + 45 + 45 = 180$, die Zeichnung stimmt.

Winkel an der Uhr

Merke: Uhr

Das Zifferblatt ist ein Vollwinkel von 360°. Zwischen zwei Ziffern liegen $360^\circ : 12 = 30^\circ$. Der Minutenzeiger dreht sich pro Minute um $360^\circ : 60 = 6^\circ$.



120°

Beispiel 7: Zeigerwinkel

Wie groß ist der Winkel um 4 Uhr, um 3 Uhr und um 6 Uhr?

Um 4 Uhr: $4 \cdot 30^\circ = 120^\circ$. Um 3 Uhr sind es 90°, um 6 Uhr 180°.

Beispiel 8: Tortenstücke

Eine runde Torte wird in 6 bzw. 8 gleiche Stücke geteilt. Wie groß ist der Winkel an der Spitze?

$360^\circ : 6 = 60^\circ$ bzw. $360^\circ : 8 = 45^\circ$.

Beispiel 9: Winkel an einem Kreuzungspunkt

Drei Strahlen gehen von einem Punkt aus und bilden die Winkel 130°, 95° und ε. Berechne ε.

Alle Winkel um einen Punkt ergeben zusammen einen Vollwinkel von 360°. Also ist $\varepsilon = 360^\circ - 130^\circ - 95^\circ = 135^\circ$. Probe: $130 + 95 + 135 = 360$. Der Winkel ε ist stumpf, passt also zur Zeichnung.

Beispiel 10: Winkel im gleichschenkligen Dreieck

Ein gleichschenkliges Dreieck hat an der Spitze einen Winkel von 50°. Wie groß sind die beiden Basiswinkel?

Die Winkelsumme im Dreieck ist 180°. Für die beiden gleich großen Basiswinkel bleiben $180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$. Jeder Basiswinkel misst $130^\circ : 2 = 65^\circ$. Probe: $50 + 65 + 65 = 180$.

Beispiel 11: Winkel messen und plausibel prüfen

Beim Messen erhält Mia für einen Winkel 48° auf der inneren Skala und 132° auf der äußeren Skala. Welcher Wert ist richtig, wenn der Winkel klar spitz aussieht?

Die beiden Werte sind Nebenwinkel ($48 + 132 = 180$). Ein spitzer Winkel ist kleiner als

90°, also ist 48° richtig. Man liest immer an der Skala ab, bei der der Schenkel auf 0° liegt, und prüft mit einer Schätzung.

Typische Fehler

(1) An der falschen Skala ablesen: Spitz oder stumpf vorher schätzen. (2) Den Nullpunkt des Geodreiecks nicht genau auf den Scheitel legen. (3) Nebenwinkel und Scheitelwinkel verwechseln: Nebenwinkel ergänzen sich zu 180°, Scheitelwinkel sind gleich groß. (4) Bei überstumpfen Winkeln 360° vergessen. (5) Beim Uhrenwinkel nur den Minutenzeiger betrachten: Der Stundenzeiger wandert auch langsam mit.

Wusstest du?

Die Einteilung des Kreises in 360 Grad stammt von den alten Babyloniern. Sie rechneten mit der Zahl 60 und stellten fest, dass ein Jahr etwa 360 Tage hat. Die Zahl 360 hat besonders viele Teiler (24 Stück), deshalb lässt sich ein Kreis in viele gleiche Teile zerlegen. Auch heute unterteilen wir Stunden in 60 Minuten, ein Erbe der Babylonier.

So gehst du vor: Winkel in Figuren berechnen

1. Zeichne die Figur und notiere die bekannten Winkel.
2. Suche Nebenwinkel (180°), Scheitelwinkel (gleich groß) oder Winkel um einen Punkt (360°).
3. Nutze die Winkelsumme: Dreieck 180°, Viereck 360°.
4. Berechne den gesuchten Winkel durch Subtraktion.
5. Prüfe das Ergebnis: Passt es zur Zeichnung (spitz oder stumpf)? Ergibt die Summe aller Winkel den richtigen Wert?

Beispiel 12: Zwei Winkel an einer Geraden

Auf einer Geraden stehen zwei Strahlen von demselben Punkt. Ein Winkel misst 65°, der andere 40°. Wie groß ist der dritte Winkel an der Geraden?

Alle Winkel auf einer Seite der Geraden bilden zusammen einen gestreckten Winkel von 180°. Der dritte Winkel misst $180^\circ - 65^\circ - 40^\circ = 75^\circ$. Probe: $65 + 40 + 75 = 180$. Der Winkel ist spitz, wie in der Zeichnung.

Winkel überall

Winkel findest du überall um dich herum. Wenn eine Tür aufgeht, dreht sie sich um einen Winkel. Ein Dach hat einen Neigungswinkel, die Ecke eines Blatts Papier ist ein rechter Winkel, und die Zeiger einer Uhr bilden ständig neue Winkel. Ein Winkel misst nicht eine Länge, sondern die Größe einer Drehung. Deshalb ist es egal, wie lang die Schenkel gezeichnet sind: Verlängert man sie, ändert sich der Winkel nicht. Das ist ein häufiger Irrtum, den du dir merken solltest.

Gemessen wird in Grad. Ein Grad ist der dreihundertsechzigste Teil einer vollen Drehung. Der rechte Winkel hat neunzig Grad, der gestreckte Winkel einhundertachtzig Grad. Mit diesen beiden Bezugsgrößen kannst du jeden Winkel schnell schätzen, bevor du misst. Das Schätzen ist wichtig, damit du nicht versehentlich an der falschen Skala des Geodreiecks abliest.

So gehst du vor: Winkel zeichnen mit dem Geodreieck

Zeichne zuerst einen Schenkel als Strecke. Der linke Endpunkt ist der Scheitel. Lege den Nullpunkt des Geodreiecks genau auf den Scheitel und die lange Kante auf den Schenkel. Suche auf der Skala die gewünschte Gradzahl, achte darauf, dass du an der Skala ablesen musst, die bei null am Schenkel beginnt. Mache dort einen kleinen Punkt. Dann verbindest du den Scheitel mit diesem Punkt und kennzeichnest den Winkel mit einem Bogen und dem griechischen Buchstaben. Zur Kontrolle misst du noch einmal nach.

Beispiel 13: Nebenwinkel berechnen und prüfen

Ein Winkel misst 72 Grad. Wie groß ist sein Nebenwinkel, und welche Art von Winkel ist er?

Nebenwinkel liegen nebeneinander an einer Geraden und ergeben zusammen einhundertachtzig Grad. Der Nebenwinkel misst also 180 minus 72, das sind 108 Grad. Weil er größer als neunzig und kleiner als einhundertachtzig Grad ist, ist er ein stumpfer Winkel. Der gegebene Winkel von 72 Grad ist dagegen spitz. Zusammen ergeben beide 180 Grad, das kannst du als Probe nutzen.

Beispiel 14: Der dritte Winkel im Dreieck

Zwei Winkel eines Dreiecks messen 52 Grad und 83 Grad. Wie groß ist der dritte Winkel?

Die Winkelsumme im Dreieck beträgt immer einhundertachtzig Grad. Zuerst addierst du die bekannten Winkel: 52 plus 83 ergibt 135. Dann ziehst du von 180 ab: 180 minus 135 ergibt 45. Der dritte Winkel misst 45 Grad. Das Dreieck ist spitzwinklig, denn alle drei Winkel sind kleiner als neunzig Grad. Zur Probe addierst du alle drei Winkel: 52 plus 83 plus 45 ergibt wieder 180.

Winkel an der Uhr genau betrachten

Der Minutenzeiger legt in einer Stunde eine volle Drehung zurück, das sind dreihundertsechzig Grad. Pro Minute dreht er sich also um sechs Grad. Der Stundenzeiger braucht zwölf Stunden für eine volle Drehung, also dreißig Grad pro Stunde. Er bewegt sich aber auch zwischen den vollen Stunden weiter, um ein halbes Grad pro Minute. Deshalb steht er um halb vier genau in der Mitte zwischen der Drei und der Vier. Wer das berücksichtigt, kann Zeigerwinkel zu jeder beliebigen Uhrzeit genau berechnen.

Wusstest du? Winkel in der Natur und Technik

Auch Tiere nutzen Winkel. Bienen bauen ihre Waben aus Sechsecken, bei denen alle Innenwinkel hundertzwanzig Grad groß sind. Diese Form spart Wachs und bietet viel Platz. Architekten achten beim Bau von Treppen darauf, dass der Neigungswinkel bequem ist, meist etwa dreißig bis vierunddreißig Grad. Und Segler messen Winkel zum Wind, um den besten Kurs zu finden. Wer Winkel versteht, kann also nicht nur Aufgaben lösen, sondern die Welt besser beschreiben und gestalten.

Merke: Das Wichtigste auf einen Blick

- Ein Winkel entsteht, wenn zwei Strahlen (Schenkel) im selben Punkt (Scheitel) beginnen; er wird in Grad gemessen.
- Winkelarten: spitz (unter 90°), recht (90°), stumpf (90° bis 180°), gestreckt (180°), überstumpf (180° bis 360°), Vollwinkel (360°).
- Messen mit dem Geodreieck: Nullpunkt auf den Scheitel, ein Schenkel auf 0°, an der passenden Skala ablesen und mit einer Schätzung prüfen.
- Nebenwinkel ergänzen sich zu 180°; Scheitelwinkel sind gleich groß; um einen Punkt herum ergeben die Winkel 360°.
- Die Winkelsumme beträgt im Dreieck 180° und im Viereck 360°; im gleichschenkligen Dreieck sind die Basiswinkel gleich.
- Der Minutenzeiger dreht sich pro Minute um 6°, der Stundenzeiger pro Stunde um 30° (pro Minute um $0{,}5^\circ$).
- Im Kreisdiagramm entspricht der Winkel eines Ausschnitts dem Anteil an 360°: Winkel $= 360^\circ$: Gesamtzahl · Anzahl.

Achtung

Beim Messen liest man oft an der falschen Skala ab und erhält 130° statt 50°. Schätze zuerst, ob der Winkel spitz oder stumpf ist. Nebenwinkel liegen nebeneinander und ergeben 180°, Scheitelwinkel liegen gegenüber und sind gleich. Lege den Nullpunkt immer genau auf den Scheitel.

Ottos Tipp

Schätze jeden Winkel, bevor du misst: Ist er kleiner als die Ecke deines Heftes, ist er spitz. Mit diesem Trick findest du Ablesefehler sofort!