Lösungen zur Klassenarbeit - Teilbarkeit und Primzahlen

Klasse: Klasse 5 · Dauer: 45 Minuten · /20

Lösung zu Aufgabe 1 (4 BE/Punkte)

a) Teilerpaare von 54: $1 \cdot 54$, $2 \cdot 27$, $3 \cdot 18$, $6 \cdot 9$. Zwischen 6 und 9 liegen keine weiteren Teiler (7 und 8 teilen 54 nicht). Teilermenge: 1, 2, 3, 6, 9, 18, 27, 54, also 8 Teiler.
b) Die Fünfzehnerreihe: 15, 30, 45, 60.
c) Regel für 4: Die aus den letzten beiden Ziffern gebildete Zahl muss durch 4 teilbar sein. Bei 2348 ist das 48, und $48 = 4 \cdot 12$. Also ist 2348 durch 4 teilbar; tatsächlich $2348 = 4 \cdot 587$.
Bewertung: Teilermenge 2 P., Vielfache 1 P., Begründung mit der Endstellenregel 1 P.

Lösung zu Aufgabe 2 (4 BE/Punkte)

a) Quersummen: 432 hat 9, 1215 hat 9, 7010 hat 8. Durch 9 teilbar sind 432 und 1215 (1 P.).
b) Durch 5 teilbar (Endziffer 0 oder 5): 1215 und 7010. Durch 10 teilbar (Endziffer 0): nur 7010 (2 P.).
c) Keine. 432 und 1215 sind sogar durch 9 teilbar; 7010 hat die Quersumme 8 und ist nicht einmal durch 3 teilbar (1 P.).

Lösung zu Aufgabe 3 (5 BE/Punkte)

a) Kandidaten zwischen 40 und 60 sind nur ungerade Zahlen, die nicht auf 5 enden: 41, 43, 47, 49, 51, 53, 57, 59. Davon fallen 49 ($7 \cdot 7$), 51 ($3 \cdot 17$) und 57 ($3 \cdot 19$) weg. Primzahlen: 41, 43, 47, 53, 59.
b) Abbauen mit kleinsten Primzahlen: $180 : 2 = 90$, $90 : 2 = 45$, $45 : 3 = 15$, $15 : 3 = 5$. Also $180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$. Probe: $4 \cdot 9 \cdot 5 = 180$.
c) $91 = 7 \cdot 13$. Weil 91 außer 1 und 91 noch die Teiler 7 und 13 hat, ist es keine Primzahl.
Bewertung: Primzahlliste 2 P., Zerlegung 2 P., Begründung zu 91 1 P.

Lösung zu Aufgabe 4 (4 BE/Punkte)

a) Primfaktoren: $36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$, $60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$. Gemeinsam sind zwei Zweien und eine Drei: ggT $= 4 \cdot 3 = 12$. Kontrolle: $36 = 3 \cdot 12$, $60 = 5 \cdot 12$, und 3 und 5 sind teilerfremd.
b) $9 = 3 \cdot 3$, $12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$. Für das kgV nimmt man jeden Faktor so oft, wie er höchstens vorkommt: $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 36$. Kontrolle: $36 = 4 \cdot 9 = 3 \cdot 12$.
Merke: Für zwei Zahlen gilt immer ggT mal kgV gleich ihrem Produkt; bei 9 und 12 ist $3 \cdot 36 = 108 = 9 \cdot 12$.
Bewertung: a) 2 P., b) 2 P. (je 1 P. für Zerlegung und Ergebnis).

Lösung zu Aufgabe 5 (3 BE/Punkte)

a) Die Zahl der Teller muss 48 und 36 ohne Rest teilen. Gemeinsame Teiler sind 1, 2, 3, 4, 6, 12; möglichst viele Teller heißt ggT(48, 36) $= 12$.
b) Auf jedem Teller liegen $48 : 12 = 4$ Brötchen und $36 : 12 = 3$ Würstchen.
Probe: $12 \cdot 4 = 48$ und $12 \cdot 3 = 36$, es bleibt nichts übrig. Mit 13 Tellern ginge es nicht, weil 13 weder 48 noch 36 teilt.
Bewertung: a) 2 P., b) 1 P.