Arbeitsblatt - Teilbarkeit und Primzahlen

Klasse: Klasse 5 · 20

Der Rechenweg muss angegeben werden.

Aufgabe 1

Aufgabe 1 – Alle Teiler bestimmen

Bestimme alle Teiler der Zahl. Gehe der Reihe nach vor und suche Teilerpaare (zum Beispiel $36 = 4 \cdot 9$).

a) 48
b) 60
c) 100
d) Wie viele Teiler hat jede der drei Zahlen?

Aufgabe 2

Aufgabe 2 – Vielfache aufschreiben

Vielfache einer Zahl entstehen, wenn man sie mit $1, 2, 3, \ldots$ multipliziert.

a) Schreibe die ersten fünf Vielfachen von 7 auf.
b) Nenne alle Vielfachen von 12 zwischen 50 und 100.
c) Ist 135 ein Vielfaches von 9? Begründe.
d) Welches ist das kleinste Vielfache von 13, das größer als 100 ist?

Aufgabe 3

Aufgabe 3 – Teilbarkeitsregeln anwenden

Prüfe, durch welche der Zahlen $2, 3, 5, 9, 10$ die Zahl teilbar ist. Notiere die Quersumme.

a) 135
b) $2\,340$
c) $4\,572$
d) $7\,001$

Aufgabe 4

Aufgabe 4 – Fehlende Ziffer

Ersetze das Sternchen so, dass die Zahl die Bedingung erfüllt. Gib alle Möglichkeiten an.

a) $47\star$ ist durch 5 teilbar.
b) $3\star6$ ist durch 3 teilbar.
c) $51\star$ ist durch 2 und durch 3 teilbar.
d) $8\star4$ ist durch 9 teilbar.

Aufgabe 5

Aufgabe 5 – Primzahlen finden

Eine Primzahl hat genau zwei Teiler: 1 und sich selbst. Die Zahl 1 ist keine Primzahl.

a) Nenne alle Primzahlen bis 30.
b) Welche der Zahlen $51, 57, 91, 97$ sind Primzahlen? Begründe jeweils.
c) Welche Primzahl ist gerade?
d) Warum sind alle anderen Primzahlen ungerade?

Aufgabe 6

Aufgabe 6 – Primfaktorzerlegung

Zerlege in Primfaktoren (Potenzschreibweise erlaubt, $2 \cdot 2 = 2^2$). Mache die Probe.

a) 60
b) 84
c) 150
d) 225

Aufgabe 7

Aufgabe 7 – Der größte gemeinsame Teiler

Bestimme den ggT mit der Teilermenge oder mit der Primfaktorzerlegung.

a) $\mathrm{ggT}(24, 36)$
b) $\mathrm{ggT}(48, 72)$
c) $\mathrm{ggT}(35, 64)$
d) $\mathrm{ggT}(90, 150)$

Aufgabe 8

Aufgabe 8 – Das kleinste gemeinsame Vielfache

Bestimme das kgV mit den Vielfachen oder mit der Primfaktorzerlegung.

a) $\mathrm{kgV}(6, 8)$
b) $\mathrm{kgV}(12, 18)$
c) $\mathrm{kgV}(7, 9)$
d) $\mathrm{kgV}(20, 50)$

Aufgabe 9

Aufgabe 9 – Wahr oder falsch?

Entscheide, ob die Aussage wahr ist. Begründe mit einem Beispiel oder einer Regel.

a) Jede Zahl, die durch 4 teilbar ist, ist auch durch 2 teilbar.
b) Jede Zahl, die durch 6 teilbar ist, ist auch durch 12 teilbar.

c) Die Summe zweier gerader Zahlen ist immer gerade.
d) Jede Primzahl ist ungerade.

Aufgabe 10

Aufgabe 10 – Stühle im Festsaal

Für die Schulaufführung sollen 72 Stühle in gleich langen Reihen aufgestellt werden. Es soll mindestens 4 und höchstens 12 Reihen geben.

a) Bestimme alle Teiler von 72.
b) Welche Aufstellungen (Reihen mal Stühle pro Reihe) sind möglich?
c) Warum ist die Aufstellung 5 Reihen nicht möglich?
d) Wie viele Stühle blieben übrig, wenn man 5 Reihen mit je 14 Stühlen aufstellt?

Aufgabe 11

Aufgabe 11 – Die neue Terrasse

Familie Brandt will eine rechteckige Terrasse (360 cm lang, 240 cm breit) mit quadratischen Platten belegen. Die Platten dürfen nicht zerschnitten werden und sollen möglichst groß sein.

a) Welche Kantenlänge hat die größte Platte?
b) Wie viele Platten sind in der Länge, wie viele in der Breite nötig?
c) Wie viele Platten werden insgesamt gebraucht?
d) Eine Platte kostet *6{,}50\,€*. Wie hoch sind die Plattenkosten?

Aufgabe 12

Aufgabe 12 – Der Busfahrplan

An der Haltestelle „Marktplatz“ fährt Linie 5 alle 12 Minuten, Linie 8 alle 15 Minuten. Um $7{:}00$ Uhr fahren beide gleichzeitig ab.

a) Nach wie vielen Minuten treffen sich beide Busse das nächste Mal?
b) Um welche Uhrzeit ist das?
c) Wie oft treffen sich die Busse zwischen $7{:}00$ Uhr und $12{:}00$ Uhr (ohne $7{:}00$ Uhr)?
d) Linie 3 fährt alle 20 Minuten. Wann fahren alle drei Linien erstmals wieder gleichzeitig?

Aufgabe 13

Aufgabe 13 – Blumensträuße

Die Floristin Frau Aydın hat 48 Rosen, 36 Nelken und 60 Tulpen. Sie will daraus möglichst viele gleiche Sträuße binden, ohne dass Blumen übrig bleiben.

a) Wie viele Sträuße kann sie höchstens binden?
b) Wie viele Blumen jeder Sorte enthält dann ein Strauß?
c) Wie viele Blumen sind in einem Strauß?

d) Wie viele Sträuße wären möglich, wenn die Tulpen fehlen würden (nur Rosen und Nelken)?

Aufgabe 14

Aufgabe 14 – Der Sporttag

Beim Sporttag sollen 60 Kinder in gleich große Gruppen eingeteilt werden. Die Tabelle zeigt, wie viele Betreuer zur Verfügung stehen:

Gruppen	Kinder pro Gruppe	Betreuer nötig
4	15	4
5	12	5
6	10	6
7	?	7

a) Warum kann man 7 Gruppen nicht gleich groß machen?
b) Wie viele verschiedene gleich große Einteilungen mit mindestens 2 Gruppen gibt es für 60 Kinder?
c) Es sind 8 Betreuer verfügbar. Welche Einteilungen kommen in Frage?
d) Zusätzlich kommen 4 Kinder dazu (insgesamt 64). Welche Gruppenanzahlen bis 10 gehen jetzt?

Aufgabe 15

Aufgabe 15 – Das Blinklicht

Am Hafen von Kiel blinken zwei Leuchtfeuer. Das rote Licht leuchtet alle 8 Sekunden auf, das grüne alle 12 Sekunden. Zu Beginn leuchten beide gleichzeitig.

a) Nach wie vielen Sekunden leuchten beide wieder gleichzeitig?
b) Wie oft leuchten beide in einer Minute gleichzeitig (ohne den Start)?
c) Ein drittes, gelbes Licht leuchtet alle 18 Sekunden. Wann leuchten alle drei erstmals wieder gemeinsam?
d) Wie oft passiert das in einer Stunde?

Aufgabe 16

Aufgabe 16 – Obstkörbe für das Schulfest

Die Klasse 5b spendet 84 Äpfel, 126 Birnen und 42 Orangen. Es sollen möglichst viele gleiche Obstkörbe gepackt werden, in denen alle drei Sorten vorkommen.

Sorte	Anzahl
Äpfel	84
Birnen	126
Orangen	42

a) Zerlege 84, 126 und 42 in Primfaktoren.

b) Bestimme den ggT der drei Zahlen.
c) Wie viele Körbe sind es höchstens, und was enthält jeder Korb?
d) Ein Korb wird für 9\,€ verkauft. Wie hoch sind die Einnahmen, wenn alle Körbe verkauft werden?
e) Wie viele Körbe könnte man packen, wenn zusätzlich 14 Bananen dabei wären und jeder Korb auch Bananen enthalten soll?

Aufgabe 17

Aufgabe 17 – Das Schließfachspiel

In einer Turnhalle gibt es 20 Schließfächer, anfangs alle geschlossen. 20 Kinder gehen nacheinander durch: Kind 1 schaltet jedes Fach um (offen $\leftrightarrow$ zu), Kind 2 jedes 2. Fach, Kind 3 jedes 3. Fach usw. bis Kind 20.

a) Wie oft wird Fach 12 umgeschaltet? Nenne die Kinder.
b) Wie oft wird Fach 9 umgeschaltet, und ist es am Ende offen oder zu?
c) Wie oft wird ein Primzahlfach (zum Beispiel 13) umgeschaltet? Ist es am Ende offen?
d) Welche Fächer sind am Ende offen? Was haben diese Zahlen gemeinsam?

Aufgabe 18

Aufgabe 18 – Zahlenrätsel Teilbarkeit

Löse die Rätsel. Nutze Teilbarkeitsregeln und systematisches Probieren.

a) Ich bin eine zweistellige Zahl, durch 5 und 9 teilbar, und meine Quersumme ist 9. Welche zwei Zahlen kommen infrage?
b) Ich bin eine dreistellige Zahl, die auf 5 endet, durch 3 teilbar ist und kleiner als 120 ist. Wer bin ich?
c) Ich bin die kleinste Zahl, die durch $2, 3, 4, 5$ und 6 teilbar ist.
d) Ich bin eine Primzahl zwischen 80 und 90.

Aufgabe 19

Aufgabe 19 – Primzahlzwillinge

Zwei Primzahlen mit dem Abstand 2 heißen Primzahlzwillinge, zum Beispiel 11 und 13.

a) Finde alle Primzahlzwillinge, deren kleinere Zahl unter 60 liegt.
b) Zeige, dass 2 und 3 keine Primzahlzwillinge sind.
c) Die Zahlen $5, 7, 9$ sehen aus wie ein Drilling. Erkläre, warum das nicht klappt.

Aufgabe 20

Aufgabe 20 – Teileranzahl und vollkommene Zahlen

Eine Zahl heißt vollkommen, wenn die Summe ihrer Teiler (ohne sie selbst) die Zahl ergibt.

a) Zeige, dass 6 vollkommen ist.

b) Prüfe, ob 28 vollkommen ist.
c) Prüfe, ob 12 vollkommen ist. Wenn nicht, was sagt der Vergleich über 12?