Lösungen - Natürliche Zahlen und Stellenwertsystem

Klasse: Klasse 5

Lösung zu Aufgabe 1

Wir zerlegen das Zahlwort in Tausender, Hunderter, Zehner und Einer und schreiben an jede leere Stelle eine 0.
a) zweitausend (2 T), vierhundert (4 H), siebzehn (1 Z, 7 E):
$2417 = 2 \cdot 1000 + 4 \cdot 100 + 1 \cdot 10 + 7$.
b) dreißigtausend (3 ZT, 0 T), fünfhundert (5 H), acht (0 Z, 8 E): $30\,508$. Sowohl die Tausender- als auch die Zehnerstelle sind leer und bekommen eine 0.
c) $604\,090$: 604 Tausender und 90 Einer, also „sechshundertviertausendneunzig“.
d) $1\,000\,001$: eine Million und eins, „eine Million eins“.

Lösung zu Aufgabe 2

a) Von rechts nach links: E = 7, Z = 1, H = 3, T = 0, ZT = 8, HT = 5.
b) Die 8 steht an der Zehntausenderstelle. Ihr Wert ist $8 \cdot 10\,000 = 80\,000$.
c) $580\,317 = 5 \cdot 100\,000 + 8 \cdot 10\,000 + 0 \cdot 1000 + 3 \cdot 100 + 1 \cdot 10 + 7 \cdot 1$.
d) Tauscht man die 5 (Hunderttausender) und die 3 (Hunderter), entsteht $380\,517$. Die Zahl wird kleiner, denn vorne steht jetzt nur noch eine 3. Unterschied:
$580\,317 - 380\,517 = 199\,800$.

Lösung zu Aufgabe 3

Der Nachfolger ist um 1 größer, der Vorgänger um 1 kleiner.
a) Vorgänger von 999 ist 998, Nachfolger ist 1000. Beim Nachfolger entsteht ein Übertrag bis zu den Tausendern.
b) Vorgänger von 10 000 ist 9999, Nachfolger ist 10 001.
c) Nachfolger von 4899 ist 4900; dessen Nachfolger ist 4901. Man addiert insgesamt 2.
d) Nein. Der Vorgänger von 0 wäre -1; das ist keine natürliche Zahl. 0 ist die kleinste natürliche Zahl.

Lösung zu Aufgabe 4

a) Vier Zwischenstriche teilen einen Hunderterabschnitt in fünf gleiche Teile. Abstand zwischen zwei Strichen: $100 : 5 = 20$.
b) Am ersten Strich nach 100 steht 120, am zweiten $100 + 2 \cdot 20 = 140$.
c) 180 liegt beim vierten Strich nach der 100 (120, 140, 160, 180), also direkt vor der Marke 200. 260 liegt beim dritten Strich nach der 200 (220, 240, 260).
Kontrolle: Nach dem vierten Strich folgt die nächste Marke, denn $100 + 5 \cdot 20 = 200$.

Lösung zu Aufgabe 5

Wir vergleichen die Ziffern Stelle für Stelle von links. Bei verschiedener Stellenzahl ist die längere Zahl größer.
a) 4387 und 4378: Tausender und Hunderter sind gleich, bei den Zehnern ist $8 > 7$. Also $4387 > 4378$.
b) 25 000 hat fünf Stellen, 9999 nur vier: $25\,000 > 9999$.
c) 100 100 und 100 010: bis zu den Tausendern gleich, bei den Hundertern $1 > 0$. Also $100\,100 > 100\,010$.
d) $7 \cdot 1000 + 5 \cdot 10 = 7000 + 50 = 7050$. Beide Seiten sind gleich: $=$.

Lösung zu Aufgabe 6

a) Alle Zahlen beginnen mit 5 Tausendern. Wir vergleichen die Hunderter: 0, 0, 4, 8, 8. Bei gleichen Hundertern entscheiden die Zehner. Reihenfolge: 5048.
b) 9901 ist die einzige vierstellige Zahl, also die kleinste. Bei den fünfstelligen vergleichen wir die Zehntausender: 1, 1, 9. Zwischen 10 909 und 19 009 entscheiden die Tausender (0 und 9). Reihenfolge: 9901.
c) Die mittlere Zahl der fünf geordneten Zahlen aus a) steht an dritter Stelle: 5408.

Lösung zu Aufgabe 7

Man schaut auf die Ziffer rechts neben der Rundungsstelle.
a) $3\,\underline{4}72$ auf Hunderter: Die Zehnerziffer ist 7, also aufrunden: 3500.
b) $6\,\underline{9}50$ auf Tausender: Die Hunderterziffer ist 9, aufrunden: 7000.
c) $84\,\underline{9}99$ auf Zehner: Die Einerziffer ist 9, aufrunden. Der Übertrag läuft durch die Zehner und Hunderter: 85 000.
d) $99\,\underline{5}00$ auf Tausender: Die Hunderterziffer ist 5, aufrunden. Der Übertrag läuft bis zur Hunderttausenderstelle: 100 000.

Lösung zu Aufgabe 8

a) Auf Tausender: 48 732 hat die Hunderterziffer 7, aufrunden auf 49 000. 51 268 hat die Hunderterziffer 2, abrunden auf 51 000.
b) Auf Zehntausender werden beide Zahlen zu 50 000. Beim groben Runden verschwindet der Unterschied zwischen den beiden Spielen.
c) Beim Spiel eine Woche vorher kamen mehr Zuschauer: $51\,268 - 48\,732 = 2536$ mehr.
d) Ja. $50\,000 - 48\,732 = 1268$ und $51\,268 - 50\,000 = 1268$. Beide Zahlen liegen gleich weit von 50 000 entfernt; „rund 50 000“ ist für beide richtig gerundet.

Lösung zu Aufgabe 9

a) Vergleich der Zehntausender: Leipzig 9, Bremen 6, Dresden 5, Hannover 3. Reihenfolge von groß nach klein: Leipzig (598 000), Bremen (569 000), Dresden (556 000), Hannover (535 000).
b) Bei 569 000 steht an der Zehntausenderstelle 6 und an der Tausenderstelle 9. Das ist Bremen; bei Leipzig steht die 9 an der Zehntausenderstelle.

c) Unterschiede benachbarter Städte: Leipzig–Bremen 29 000, Bremen–Dresden 13 000, Dresden–Hannover 21 000. Am kleinsten ist der Unterschied zwischen Bremen und Dresden.
d) Auf Hunderttausender: Bremen, Dresden und Leipzig 600 000 (Zehntausenderziffer 5 oder mehr), Hannover 500 000 (Zehntausenderziffer 3).

Lösung zu Aufgabe 10

a) Für die größte Zahl stehen die größten Ziffern vorne: $75\,310$.
b) Für die kleinste Zahl stehen die kleinsten Ziffern vorne, aber die 0 darf nicht an erster Stelle stehen. Also zuerst 1, dann 0, dann 3, 5, 7: $10\,357$.
c) $75\,310 - 10\,357 = 64\,953$.
d) Die Zahl soll nahe bei 50 000 liegen, also mit 5 beginnen. Danach sollen die restlichen Stellen möglichst klein sein: $50\,137$, nur 137 über 50 000. Mit 3 vorn wäre die größte Möglichkeit 37 510, also viel weiter weg.

Lösung zu Aufgabe 11

a) Gefahrene Strecke = neuer Stand minus alter Stand: $88\,239 - 87\,654 = 585$ km.
b) $87\,\underline{6}54$ auf Tausender: Die Hunderterziffer 6 bedeutet aufrunden, also 88 000 km.
c) Bis zur Inspektion: $90\,000 - 88\,239 = 1761$ km.
d) $585 \cdot 3 = 1755$, das passt unter 1761. Für eine vierte Fahrt reichen die restlichen 6 km nicht. Die Familie könnte die Strecke also noch dreimal fahren.

Lösung zu Aufgabe 12

a) Die Tausenderziffer von $48\,205$ ist 8. Plus 3 ergibt 11 Tausender, also 1 Zehntausender Übertrag und 1 Tausender: $51\,205$. Einfacher: $48\,205 + 3000 = 51\,205$.
b) Die Hunderterziffer 2 wird durch 0 ersetzt: $48\,005$.
c) Bei a) wird die Zahl um 3000 größer; bei b) wird sie um $2 \cdot 100 = 200$ kleiner, denn $48\,205 - 48\,005 = 200$.
So sieht man: Der Wert einer Ziffer hängt von ihrer Stelle ab.

Lösung zu Aufgabe 13

a) $2024 = 2000 + 20 + 4$. 2000 = MM, 20 = XX, 4 = IV (eins vor fünf). Zusammen: MMXXIV.
b) Wir zerlegen von links: M = 1000, CM = $1000 - 100 = 900$, XC = $100 - 10 = 90$, IX = $10 - 1 = 9$. Summe: $1000 + 900 + 90 + 9 = 1999$.
c) Im römischen System gibt es keine Null und keine Stellenwerte; ein X ist immer 10, egal wo es steht. Deshalb kann man nicht wie bei uns stellenweise untereinander rechnen, und die Zahlen werden oft sehr lang.

Lösung zu Aufgabe 14

Im Zweiersystem verdoppelt sich der Stellenwert von rechts nach links: 1, 2, 4, 8, 16, 32.

a) $1101_2 = 1 \cdot 8 + 1 \cdot 4 + 0 \cdot 2 + 1 \cdot 1 = 13$.
b) $100110_2 = 32 + 0 + 0 + 4 + 2 + 0 = 38$.
c) Wir zerlegen 21 in Zweierpotenzen: $21 = 16 + 4 + 1$. Stellen 16, 8, 4, 2, 1: 1, 0, 1, 0, 1, also 10101_2.
d) $50 = 32 + 16 + 2$. Stellen 32, 16, 8, 4, 2, 1: 1, 1, 0, 0, 1, 0, also 110010_2.

Lösung zu Aufgabe 15

a) Eine Million $= 1\,000\,000$ hat 6 Nullen. Eine Milliarde $= 1\,000\,000\,000$ hat 9 Nullen, sie ist tausend Millionen.
b) $1\,000\,000 : 100\,000 = 10$. Hunderttausend passt zehnmal in eine Million.
c) $1\,000\,000 : 1000 = 1000$ Pakete.
d) In der Stellenwerttafel steht bei $1\,000\,000$ die 1 an der Millionenstelle (M). Bei $10\,000\,000$ steht sie eine Stelle weiter links, an der Zehnmillionenstelle (ZM). Jede Stelle ist zehnmal so viel wert wie ihre rechte Nachbarstelle, also ist die Zahl zehnmal so groß.

Lösung zu Aufgabe 16

a) 2 478 615: zwei Millionen vierhundertachtundsiebzigtausendsechshundertfünfzehn. 1 305 400: eine Million dreihundertfünftausendvierhundert.
b) Auf Hunderttausender: Die Zehntausenderziffer ist 7, also aufrunden: 2 500 000. Auf Tausender: Die Hunderterziffer ist 6, also aufrunden: 2 479 000.
c) Außerhalb Deutschlands: $2\,478\,615 - 1\,305\,400 = 1\,173\,215$ Fahrräder.
d) Die Hälfte von etwa 2,48 Millionen ist etwa 1,24 Millionen. In Deutschland wurden 1,31 Millionen verkauft, das ist mehr. Die Aussage stimmt.

Lösung zu Aufgabe 17

a) Die dreistelligen Zahlen reichen von 100 bis 999. Das sind $999 - 100 + 1 = 900$ Zahlen; man muss die erste Zahl mitzählen.
b) Ungerade Ziffern sind 1, 3, 5, 7, 9, also 5 Möglichkeiten für jede der drei Stellen (die erste Stelle kann hier nicht 0 sein, weil 0 gerade ist). $5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$ Zahlen.
c) Die Zahlen 1 bis 9 sind einstellig: 9 Ziffern. Die Zahlen 10 bis 99 sind zweistellig: 90 Zahlen mit je 2 Ziffern, also 180 Ziffern. Zusammen $9 + 180 = 189$ Ziffern.

Lösung zu Aufgabe 18

a) $4950 + 3720 + 2880 + 930 = 12\,480$. Die Einzelzahlen ergeben genau die Gesamtzahl.
b) Auf Hunderter gerundet: 4950 wird 5000, 3720 wird 3700, 2880 wird 2900, 930 wird 900. Summe $5000 + 3700 + 2900 + 900 = 12\,500$. Unterschied zur genauen Summe: $12\,500 - 12\,480 = 20$.
c) $12\,480 + 500 = 12\,980$ Bücher.
d) Größter Bereich: Romane mit 4950 Büchern; kleinster: Comics und Zeitschriften mit 930. Unterschied: $4950 - 930 = 4020$ Bücher.

Lösung zu Aufgabe 19

a) Die freien Stellen sind die Tausender- und die Zehnerstelle. Die größere Karte gehört an die höherwertige Stelle: 9 an die Tausender, 6 an die Zehner. Annas Zahl: $89\,562$.
b) Vergleich mit Bens $87\,419$: Zehntausender gleich (8), Tausender $9 > 7$. Anna gewinnt.
c) Mit 3 und 4 ist die beste Zahl $84\,532$. Bei den Tausendern steht 4, also ist Annas Zahl kleiner als Bens. Sie verliert.
d) Für eine möglichst kleine Zahl kommt die kleinere Karte an die höhere Stelle: 6 an die Tausender, 9 an die Zehner: $86\,592$.

Lösung zu Aufgabe 20

a) Pixel = Breite mal Höhe: $4000 \cdot 3000 = 12\,000\,000$ Pixel.
b) $12\,000\,000 : 1\,000\,000 = 12$ Megapixel.
c) Das kleine Bild hat $1000 \cdot 750 = 750\,000$ Pixel.
d) $12\,000\,000 : 750\,000 = 16$. Das kleine Bild passt 16-mal hinein. Grund: Breite und Höhe wurden jeweils durch 4 geteilt, und $4 \cdot 4 = 16$.
Antwort: 12 Megapixel; das verkleinerte Bild hat nur ein Sechzehntel der Pixel.

Lösung zu Aufgabe 21

a) Die Tausenderziffer ist halb so groß wie die Zehntausenderziffer, und die Zehntausenderziffer ist gerade (Bedingung 5). Möglich: (8 | 4), (6 | 3), (4 | 2), (2 | 1).
b) Zehner und Einer sind verschiedene ungerade Ziffern, Zehner größer: (9 | 7), (9 | 5), (9 | 3), (9 | 1), (7 | 5), (7 | 3), (7 | 1), (5 | 3), (5 | 1), (3 | 1).
c) Mit Zehntausenderziffer 8 und Tausenderziffer 4 darf keine Ziffer größer als 8 sein; die 9 fällt weg. Die Hunderterziffer ist 0. Es bleiben 84 075, 84 073, 84 071, 84 053, 84 051, 84 031.
d) Bei (6 | 3) sind nur ungerade Ziffern kleiner als 6 ohne die 3 erlaubt, also 5 und 1: 63 051. Bei (4 | 2) bleiben 3 und 1: 42 031. Bei (2 | 1) gibt es kein Paar. Insgesamt $6 + 1 + 1 = 8$ Zahlen.

Lösung zu Aufgabe 22

a) $1000 \cdot 0{,}1\,\text{mm} = 100\,\text{mm} = 10\,\text{cm}$. Ein Paket mit 1000 Blatt ist also so hoch wie eine Hand breit ist.
b) $1\,000\,000 \cdot 0{,}1\,\text{mm} = 100\,000\,\text{mm}$. Da 1000 mm = 1 m, sind das 100 m, so hoch wie ein Hochhaus mit etwa 30 Stockwerken.
c) Ein Tag hat $24 \cdot 60 \cdot 60 = 86\,400$ Sekunden. $1\,000\,000 : 86\,400 \approx 11{,}6$. Man bräuchte etwa 12 Tage ohne Pause, um bis eine Million zu zählen.