Lernzettel - Koordinatensystem und Daten

Klasse: Klasse 5

Mit Koordinaten beschreibst du Orte genau, mit Diagrammen machst du Daten sichtbar. Beides brauchst du in Mathe, Erdkunde und im Alltag.

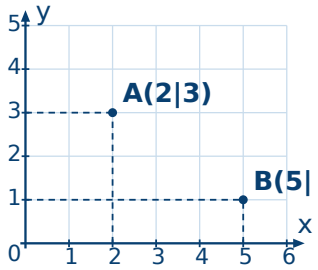
Einstieg: Schatzsuche und Umfrage

Auf der Schatzkarte steht: „Gehe vier Schritte nach rechts und drei Schritte nach oben.“ Mit einem Koordinatensystem lässt sich jeder Ort genau beschreiben, ob auf der Karte, im Spiel „Schiffe versenken“ oder auf dem Handy. Ähnlich ordnest du Zahlen aus einer Umfrage in Tabellen und Diagramme, damit man auf einen Blick sieht, was die Klasse denkt. In diesem Kapitel lernst du beides: Punkte im Koordinatensystem und das Arbeiten mit Daten.

Das Koordinatensystem

Definition: Koordinatensystem

Ein **Koordinatensystem** besteht aus zwei Zahlenstrahlen, die senkrecht aufeinanderstehen: der waagerechten **x-Achse** (Rechtsachse) und der senkrechten **y-Achse** (Hochachse). Sie beginnen im **Ursprung** O mit den Koordinaten $(0|0)$. In Klasse 5 arbeitest du im **ersten Quadranten**, in dem beide Koordinaten größer oder gleich 0 sind.



Definition: Koordinatenpaar

Ein Punkt wird durch ein **Koordinatenpaar** $P(x|y)$ angegeben. Die erste Zahl ist der **x-Wert** (so viele Einheiten nach rechts), die zweite der **y-Wert** (so viele Einheiten nach oben).

Merke: Reihenfolge

Die Reihenfolge ist wichtig: $(2|3)$ und $(3|2)$ sind verschiedene Punkte. Merkhilfe: „Erst zur Tür hinein, dann die Treppe hoch“, also erst nach rechts, dann nach oben. Punkte

auf der x-Achse haben den y-Wert 0, Punkte auf der y-Achse den x-Wert 0.

So gehst du vor: Punkt eintragen

1. Gehe vom Ursprung so viele Einheiten nach rechts, wie der x-Wert angibt.
2. Gehe von dort so viele Einheiten nach oben, wie der y-Wert angibt.
3. Markiere den Punkt mit einem kleinen Kreuz und beschrifte ihn.

Beispiel 1: Punkt A

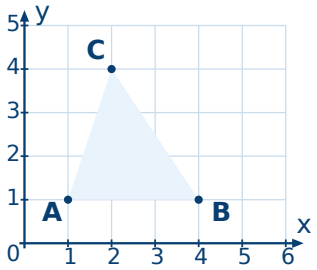
Wo liegt $A(2|3)$? Wo liegen $(5|0)$ und $(0|4)$?

A liegt 2 Einheiten rechts vom Ursprung und 3 Einheiten darüber. $(5|0)$ liegt auf der x-Achse, $(0|4)$ auf der y-Achse.

Figuren im Koordinatensystem

Regel: Strecken

Haben zwei Punkte den gleichen x-Wert, liegt die Verbindungsstrecke senkrecht. Haben sie den gleichen y-Wert, liegt sie waagerecht. Die Länge ergibt sich aus der Differenz der verschiedenen Werte.



Beispiel 2: Rechteck

Das Rechteck $ABCD$ hat $A(1|1)$, $B(5|1)$, $C(5|3)$ und $D(1|3)$. Bestimme Seitenlängen, Umfang und Fläche.

Waagerechte Seiten: $5-1=4$. Senkrechte Seiten: $3-1=2$. Umfang: $2\cdot(4+2)=12$ Einheiten. Fläche: $4\cdot 2=8$ Quadrateinheiten.

Beispiel 3: Verschieben

Verschiebe $A(2|3)$ um 4 nach rechts und 2 nach oben.

Man addiert 4 zum x-Wert und 2 zum y-Wert: Man erhält $(6|5)$.

Hinweis

Den vierten Eckpunkt eines Rechtecks findet man, indem man x- und y-Werte der Nachbarpunkte übernimmt.

Daten sammeln und ordnen

Definition: Urliste und Häufigkeit

Bei einer Umfrage entsteht zuerst eine **Urliste** mit allen Antworten. Mit einer **Strichliste** zählt man aus und erstellt eine **Häufigkeitstabelle**. Die **absolute Häufigkeit** sagt, wie oft ein Wert vorkommt. Der Wert mit der größten Häufigkeit heißt **häufigster Wert** (Modalwert).

Beispiel 4: Geschwister

Anzahl der Geschwister von 10 Kindern: 0, 1, 2, 1, 1, 0, 3, 2, 1, 1. Erstelle die Häufigkeitstabelle.

Keine Geschwister: 2, ein Geschwister: 5, zwei: 2, drei: 1. Die Summe ist $2 + 5 + 2 + 1 = 10$, passend zur Anzahl der Befragten. Der häufigste Wert ist 1.

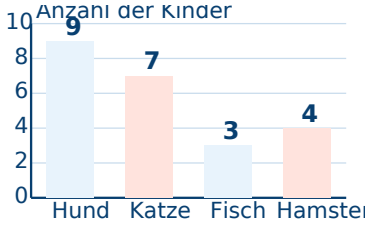
Diagramme lesen und zeichnen

Definition: Diagrammarten

Ein **Säulendiagramm** (senkrechte Säulen) oder **Balkendiagramm** (waagerechte Balken) vergleicht Häufigkeiten. Ein **Liniendiagramm** zeigt Entwicklungen über die Zeit, etwa Temperaturen im Lauf einer Woche.

So gehst du vor: Diagramm lesen und zeichnen

1. Prüfe Titel, Achsenbeschriftung und Skala.
2. Lies die Höhe der Säule ab und rechne mit der Skala um.
3. Beim Zeichnen wähle die Skala so, dass der größte Wert noch aufs Blatt passt.
4. Beschrifte Achsen und Säulen und beginne die senkrechte Achse bei 0.



Beispiel 5: Lieblingsfach

In Klasse 5b wurden 24 Kinder befragt: Sport 9, Kunst 6, Mathe 5, Musik 4.

Prüfe und zeichne.

$9 + 6 + 5 + 4 = 24$, die Auszählung stimmt. Das Säulendiagramm hat vier Säulen mit den Höhen 9, 6, 5 und 4. Die höchste Säule gehört zu Sport. Bedeutet ein Kästchen 4 Personen und die Säule ist 3 Kästchen hoch, sind es $3 \cdot 4 = 12$ Personen.

Mittelwert und Spannweite

Definition: Mittelwert

Der **Mittelwert** (arithmetisches Mittel) beschreibt einen „typischen“ Wert:
$\text{Mittelwert} = \frac{\text{Summe aller Werte}}{\text{Anzahl der Werte}}$.

Definition: Spannweite

Die **Spannweite** ist der Unterschied zwischen dem größten und dem kleinsten Wert.

Merke

Der Mittelwert liegt immer zwischen dem kleinsten und dem größten Wert. Er muss selbst kein Wert der Liste sein, die Familie mit durchschnittlich 1,8 Kindern gibt es nicht wirklich.

Beispiel 6: Temperaturen

Die Temperaturen von Montag bis Freitag waren 12 °C, 14 °C, 15 °C, 13 °C und 16 °C.

Summe: 70, Anzahl: 5, Mittelwert: $70 : 5 = 14$ °C. Spannweite: $16 - 12 = 4$ °C.

Beispiel 7: Taschengeld

Fünf Freunde bekommen 5 €, 8 €, 10 €, 10 € und 12 € Taschengeld im Monat.

Mittelwert: $(5 + 8 + 10 + 10 + 12) : 5 = 45 : 5 = 9$ €. Spannweite: $12 - 5 = 7$ €.
Häufigster Wert: 10 €.

Beispiel 8: Schiffe versenken

Wie hängt das Spiel mit dem Koordinatensystem zusammen?

Felder wie B4 werden durch zwei Angaben eindeutig festgelegt, genau wie Punkte im Koordinatensystem. Auch Stadtpläne benutzen Planquadrate wie C3.

Beispiel 9: Punkte verbinden und Figur erkennen

Verbinde die Punkte $A(1|1)$, $B(5|1)$, $C(5|4)$, $D(1|4)$ der Reihe nach. Welche Figur entsteht?

A und B haben denselben y-Wert 1, liegen also auf einer waagerechten Linie. B und C haben denselben x-Wert 5, liegen also senkrecht übereinander. Alle Winkel sind rechte Winkel. Es entsteht ein Rechteck mit 4 Einheiten Länge und 3 Einheiten Breite, also $U = 14$ und $A = 12$.

Beispiel 10: Relative Häufigkeit

In einer Klasse mit 25 Kindern haben 10 Kinder ein Haustier. Welcher Anteil ist das?

Die absolute Häufigkeit ist 10. Die relative Häufigkeit ist der Bruch $\frac{10}{25} = \frac{2}{5}$. Als Prozentzahl: $\frac{2}{5} = \frac{40}{100} = 40\,\%$. Die relative Häufigkeit zeigt, welcher Anteil der Gesamtzahl gemeint ist, und lässt sich auch bei verschieden großen Klassen vergleichen.

Beispiel 11: Mittelwert und Ausreißer

Die Preise für ein Eis in fünf Läden sind *1{,}20\,€*, *1{,}30\,€*, *1{,}10\,€*, *1{,}20\,€* und *3{,}00\,€*. Berechne den Mittelwert und beurteile ihn.

Summe: *1{,}20+1{,}30+1{,}10+1{,}20+3{,}00=7{,}80\,€*. Mittelwert: *7{,}80:5=1{,}56\,€*. Vier der fünf Läden sind billiger als der Mittelwert. Der Ausreißer *3{,}00\,€* zieht den Mittelwert nach oben. Man sollte zusätzlich die Spannweite angeben: *3{,}00-1{,}10=1{,}90\,€*.

Typische Fehler

(1) x- und y-Wert vertauschen: Zuerst geht man nach rechts (x), dann nach oben (y). (2) Beim Zeichnen von Säulendiagrammen die Skala nicht gleichmäßig einteilen. (3) Beim Mittelwert durch die falsche Anzahl teilen oder einen Wert vergessen. (4) Spannweite mit Mittelwert verwechseln: Die Spannweite ist der Abstand zwischen größtem und kleinstem Wert. (5) Diagramme ohne Beschriftung und Überschrift abgeben.

Wusstest du?

Das Koordinatensystem ist nach dem französischen Gelehrten René Descartes benannt, dessen lateinischer Name Cartesius war. Man sagt deshalb auch „kartesisches Koordinatensystem“. Der Legende nach kam ihm die Idee, als er im Bett lag und eine Fliege an der Decke beobachtete: Er überlegte, dass man ihren Ort mit zwei Zahlen angeben kann. Die Erfindung der Statistik als Wissenschaft geht unter anderem auf Florence Nightingale zurück, die mit Diagrammen die Sterblichkeit in Krankenhäusern darstellte.

So gehst du vor: Diagramm zeichnen

1. Wähle eine Überschrift und beschrifte beide Achsen.
2. Lege die Skala fest: Der größte Wert muss noch Platz haben, die Schrittweite soll gleichmäßig sein.
3. Zeichne die Säulen gleich breit und mit gleichen Abständen.
4. Trage die Werte über oder in die Säulen ein.
5. Kontrolliere, ob jede Säule zur Tabelle passt.

Orientierung mit Koordinaten

Wenn du auf einer Karte einen Ort genau beschreiben willst, brauchst du zwei Angaben. Beim Koordinatensystem sind das der Wert auf der waagerechten und der Wert auf der senkrechten Achse. Die Reihenfolge ist fest vereinbart: zuerst nach rechts, dann nach oben. Eselsbrücke: Erst in den Flur, dann die Treppe hoch. Wer die Reihenfolge vertauscht, landet an einem ganz anderen Punkt. Das Koordinatensystem nutzt du später im Fach Mathematik, in Erdkunde bei Karten und auf dem Handy bei der Navigation.

So gehst du vor: Ein Diagramm aus einer Tabelle lesen

Lies zuerst die Überschrift und die Beschriftung der Achsen. Prüfe, welche Einheit auf der senkrechten Achse steht und wie groß die Schrittweite der Skala ist. Lies dann die Höhe jeder Säule ab und vergleiche mit der Tabelle. Beantworte danach die Frage, zum Beispiel welche Säule die höchste ist oder wie groß der Unterschied zwischen zwei Säulen ist. Achte besonders darauf, ob die Skala bei null beginnt, weil sonst die Unterschiede größer aussehen, als sie sind.

Wusstest du? Koordinaten im Alltag

Das Satellitensystem GPS bestimmt deinen Standort mit Koordinaten aus Längen- und Breitengrad. Auch im Schach und in der Schiffe-versenken-Tabelle benutzt man Koordinaten, nur mit Buchstaben und Zahlen. In der Informatik sind Bildschirme Koordinatensysteme: Jeder Bildpunkt hat eine Zeile und eine Spalte. So kommt es, dass das Verständnis von Koordinaten die Grundlage vieler moderner Technik ist, von Landkarten über Computerspiele bis zur Robotersteuerung.

Merke: Das Wichtigste auf einen Blick

- Ein Koordinatensystem besteht aus der waagerechten x-Achse und der senkrechten y-Achse, die sich im Ursprung $O(0|0)$ schneiden.
- Ein Punkt wird als Zahlenpaar $(x|y)$ angegeben: erst nach rechts (x), dann nach oben (y); die Reihenfolge ist wichtig.
- Punkte auf der x-Achse haben $y = 0$, Punkte auf der y-Achse haben $x = 0$.
- Strecken, die parallel zu den Achsen liegen, misst man durch Abzählen oder

Subtrahieren der Koordinaten.
- Eine Verschiebung ändert die Koordinaten um feste Zahlen, aber nicht die Größe und Form der Figur.
- Daten ordnet man in Urliste, Strichliste und Häufigkeitstabelle; Säulendiagramme brauchen eine gleichmäßige Skala und Beschriftung.
- Mittelwert = Summe aller Werte geteilt durch ihre Anzahl; Spannweite = größter Wert minus kleinster Wert.

Achtung

Beim Eintragen von Punkten werden x und y vertauscht. Beim Mittelwert wird durch die falsche Anzahl geteilt oder ein Wert vergessen. Wähle auf beiden Achsen dieselbe Einheit und eine gleichmäßige Skala, sonst werden Quadrate zu Rechtecken. Achte beim Lesen auf die Einheit der Achse.

Ottos Tipp

Schreibe vor dem Mittelwert die Anzahl der Werte auf und hake jeden Wert ab. So geht kein Wert verloren, und du teilst durch die richtige Zahl!