# Lösungen - Körper, Netze und Volumen

Klasse: Klasse 5

## Lösung zu Aufgabe 1

a) Ein Schuhkarton ist ein Quader: Er hat 8 Ecken (4 oben, 4 unten), 12 Kanten (4 oben, 4 unten, 4 senkrechte) und 6 rechteckige Flächen (Boden, Deckel, 4 Seiten).
b) Ein Spielwürfel ist ein besonderer Quader: ebenfalls 8 Ecken, 12 Kanten und 6 Flächen, aber alle Flächen sind gleich große Quadrate und alle Kanten gleich lang.
c) Je 4 Kanten sind gleich lang: 4 Längen, 4 Breiten und 4 Höhen. Das sind zusammen 12 Kanten.
d) Gegenüberliegende Flächen sind immer gleich groß und zueinander parallel, zum Beispiel Boden und Deckel.

## Lösung zu Aufgabe 2

a) Ein Würfel hat 12 gleich lange Kanten: $12 \cdot 4 = 48\,\text{cm}$.
b) Beim Quader gibt es je 4 Kanten jeder Länge: $4 \cdot (5 + 3 + 2) = 4 \cdot 10 = 40\,\text{cm}$.
c) $12 \cdot a = 60$, also $a = 60 : 12 = 5\,\text{cm}$.
d) $4 \cdot (6 + 4 + c) = 120$. Durch 4 teilen: $10 + c = 30$. Minus 10: $c = 20\,\text{cm}$. Probe: $4 \cdot (6 + 4 + 20) = 4 \cdot 30 = 120$.
Antwort: 48 cm, 40 cm, 5 cm und 20 cm.

## Lösung zu Aufgabe 3

Ein Quader hat drei Paare gleich großer Flächen; deshalb verdoppeln wir die Summe der drei verschiedenen Flächen.
a) Flächen $5 \cdot 3 = 15$, $5 \cdot 2 = 10$, $3 \cdot 2 = 6$. $O = 2 \cdot (15 + 10 + 6) = 62\,\text{cm}^2$.
b) Sechs Quadrate zu $6 \cdot 6 = 36\,\text{cm}^2$: $O = 216\,\text{cm}^2$.
c) Flächen $40$, $30$, $12$. $O = 2 \cdot 82 = 164\,\text{cm}^2$.
d) $O = 6 \cdot 1 \cdot 1 = 6\,\text{m}^2$. Da $1\,\text{m}^2 = 100\,\text{dm}^2$, sind das $600\,\text{dm}^2$.

## Lösung zu Aufgabe 4

Das Volumen gibt an, wie viele Einheitswürfel in einen Körper passen. Länge mal Breite gibt die Würfel einer Schicht, mal Höhe die Zahl der Schichten.
a) $10 \cdot 4 \cdot 3 = 120\,\text{cm}^3$: 40 Würfel pro Schicht, 3 Schichten.
b) $5 \cdot 5 \cdot 5 = 125\,\text{cm}^3$.
c) $8 \cdot 5 \cdot 3 = 120\,\text{m}^3$. Gleiche Zahl wie bei a), aber andere Einheit, also ein viel größerer Körper.
d) $10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000\,\text{cm}^3 = 1\,\text{dm}^3 = 1\,\text{l}$. Ein Würfel mit 10 cm Kante fasst genau einen Liter.

## Lösung zu Aufgabe 5

a) Ein Würfel hat 6 Flächen, deshalb besteht jedes Würfelnetz aus 6 Quadraten.
b) Beim Falten wird die Reihe 1, 2, 3, 4 zu einem Ring um den Würfel. Im Ring liegen sich Quadrate gegenüber, zwischen denen genau eines liegt: 1 gegenüber 3 und 2 gegenüber 4. A wird zum Deckel und B zum Boden, also liegen A und B einander gegenüber.
c) Bei sechs Quadraten in einer Reihe bilden die ersten vier schon einen Ring; Quadrat 5 würde auf Quadrat 1 fallen, Quadrat 6 auf Quadrat 2. Deckel und Boden fehlen, der Würfel bleibt offen.
d) Beispiel: eine Treppe aus drei Zweierreihen, die jeweils um ein Quadrat versetzt sind, oder eine Reihe aus 3 Quadraten mit einer zweiten Reihe aus 3 Quadraten, die um zwei Felder versetzt ist.

## Lösung zu Aufgabe 6

Bei Volumeneinheiten ist die Umrechnungszahl 1000, weil man in drei Richtungen umrechnet $(10 \cdot 10 \cdot 10)$.
a) $3 \cdot 1000 = 3000\,\text{cm}^3$.
b) $2{,}5\,\text{l} = 2{,}5\,\text{dm}^3 = 2{,}5 \cdot 1000 = 2500\,\text{cm}^3$.
c) $4000\,\text{cm}^3 = 4\,\text{dm}^3 = 4\,\text{l}$.
d) $1{,}2 \cdot 1000 = 1200\,\text{dm}^3$, das sind 1200 Liter.
e) $5 \cdot 1000 = 5000\,\text{mm}^3$.

## Lösung zu Aufgabe 7

Wir teilen das Volumen durch die Grundfläche.
a) Grundfläche $5 \cdot 4 = 20\,\text{cm}^2$. $h = 120 : 20 = 6\,\text{cm}$. Probe: $5 \cdot 4 \cdot 6 = 120$.
b) $1\,\text{l} = 1000\,\text{cm}^3$, Grundfläche $100\,\text{cm}^2$: $h = 10\,\text{cm}$.
c) Grundfläche $2 \cdot 1 = 2\,\text{m}^2$: $h = 2 : 2 = 1\,\text{m}$.
d) Hier fehlt die Breite: $b = 450 : (10 \cdot 5) = 450 : 50 = 9\,\text{cm}$. Probe: $10 \cdot 9 \cdot 5 = 450$.

## Lösung zu Aufgabe 8

a) $V = 80 \cdot 40 \cdot 50 = 160\,000\,\text{cm}^3$. Da $1000\,\text{cm}^3 = 1\,\text{l}$, sind das 160 l.
b) Wasserhöhe $50 - 5 = 45\,\text{cm}$: $80 \cdot 40 \cdot 45 = 144\,000\,\text{cm}^3 = 144\,\text{l}$.
c) Boden $80 \cdot 40 = 3200\,\text{cm}^2$; zwei lange Wände $2 \cdot 80 \cdot 50 = 8000\,\text{cm}^2$; zwei kurze Wände $2 \cdot 40 \cdot 50 = 4000\,\text{cm}^2$. Zusammen $15\,200\,\text{cm}^2$.
d) $15\,200 : 100 = 152$ Einheiten zu je 0,80 €: $152 \cdot 0{,}80 = 121{,}60$ €.

## Lösung zu Aufgabe 9

a) $V = 33 \cdot 20 \cdot 12 = 7920\,\text{cm}^3$, also knapp 8 Liter.
b) Flächen: $33 \cdot 20 = 660$, $33 \cdot 12 = 396$, $20 \cdot 12 = 240$.
$O = 2 \cdot (660 + 396 + 240) = 2 \cdot 1296 = 2592\,\text{cm}^2$.
c) Mit 10 % Zuschlag: $2592 \cdot 1{,}1 = 2851{,}2 \approx 2851\,\text{cm}^2$.

d) Im Regal passen $99 : 33 = 3$ Kartons in die Länge, $60 : 20 = 3$ in die Tiefe und $48 : 12 = 4$ übereinander: $3 \cdot 3 \cdot 4 = 36$ Kartons. Kontrolle: $36 \cdot 7920 = 285\,120 = 99 \cdot 60 \cdot 48$; das Regal ist genau voll.

## Lösung zu Aufgabe 10

a) $V = 9 \cdot 7 \cdot 3 = 189\,\mathrm{m}^3$.
b) Im Raum sind $26 + 1 = 27$ Personen: $189 : 27 = 7{,}0\,\mathrm{m}^3$ pro Person.
c) 45 min sind $45 : 20 = 2{,}25$ Austauschzeiten. $189 \cdot 2{,}25 = 425{,}25 \approx 425\,\mathrm{m}^3$.
d) $189\,\mathrm{m}^3 = 189\,000\,\mathrm{l}$. $189\,000 \cdot 1{,}2 = 226\,800\,\mathrm{g} \approx 227\,\mathrm{kg}$.
Überraschend: Die Luft im Klassenzimmer wiegt etwa so viel wie drei Erwachsene.

## Lösung zu Aufgabe 11

a) $V = 7 \cdot 7 \cdot 20 = 49 \cdot 20 = 980\,\mathrm{cm}^3$.
b) $980\,\mathrm{cm}^3 = 0{,}98\,\mathrm{l}$. Es passt also etwas weniger als ein Liter hinein.
c) Für einen Liter braucht man $1000\,\mathrm{cm}^3$. Grundfläche $49\,\mathrm{cm}^2$: $h = 1000 : 49 \approx 20{,}41\,\mathrm{cm}$, also etwa 204 mm.
d) Man braucht oben Platz für den Verschluss und einen Luftraum, damit beim Öffnen und Transport nichts überläuft. Echte Literpackungen sind deshalb etwas größer.

## Lösung zu Aufgabe 12

a) $V = 25 \cdot 12 \cdot 1{,}8 = 300 \cdot 1{,}8 = 540\,\mathrm{m}^3$. $1\,\mathrm{m}^3 = 1000\,\mathrm{l}$, also $540\,000\,\mathrm{l}$.
b) $540\,000 : 90\,000 = 6$ Stunden.
c) $540 \cdot 3{,}50 = 1890$ €.
Antwort: Das Becken fasst 540 000 Liter, die Pumpe braucht 6 Stunden, und eine Füllung kostet 1890 €.

## Lösung zu Aufgabe 13

a) Eine Schicht hat $4 \cdot 3 = 12$ Würfel, es gibt 2 Schichten: 24 Würfel.
b) Jede außen sichtbare Würfelfläche ist $1\,\mathrm{cm}^2$.
$O = 2 \cdot (4 \cdot 3 + 4 \cdot 2 + 3 \cdot 2) = 2 \cdot (12 + 8 + 6) = 52\,\mathrm{cm}^2$.
c) Ein Würfel bleibt nur unbemalt, wenn er ringsum von anderen Würfeln umgeben ist. Da der Quader nur 2 Würfel hoch ist, liegt jeder Würfel entweder in der oberen oder in der unteren Schicht und hat damit eine Außenfläche. Alle 24 Würfel haben mindestens eine rote Fläche, kein Würfel bleibt unbemalt.

## Lösung zu Aufgabe 14

a) $60 \cdot 60 \cdot 90 = 324\,000\,\mathrm{cm}^3 = 324\,\mathrm{l}$.
b) Nur die Höhe von 15 cm zählt: $60 \cdot 60 \cdot 15 = 54\,000\,\mathrm{cm}^3 = 54\,\mathrm{l}$.
c) $324 : 10 = 32{,}4$. Man kann 32 volle Kannen füllen, die 33. wird nicht mehr voll.
d) $60 \cdot 60 \cdot 54 = 194\,400\,\mathrm{cm}^3 = 194{,}4\,\mathrm{l}$.
Tipp: Die Grundfläche $3600\,\mathrm{cm}^2$ bleibt immer gleich; jeder Zentimeter Höhe entspricht

3,6 Litern.

## Lösung zu Aufgabe 15

a) A: $60 \cdot 40 \cdot 40 = 96\,000\,\text{cm}^3 = 96\,\text{l}$. B: $50 \cdot 50 \cdot 50 = 125\,000\,\text{cm}^3 = 125\,\text{l}$. C: $80 \cdot 40 \cdot 30 = 96\,000\,\text{cm}^3 = 96\,\text{l}$.
b) Karton B fasst mit 125 l am meisten. A und C sind verschieden geformt, aber gleich groß.
c) Ein Buch hat $20 \cdot 15 \cdot 3 = 900\,\text{cm}^3$. $96\,000 : 900 \approx 106{,}7$. Rechnerisch passen höchstens 106 Bücher hinein; in der Praxis weniger, weil Lücken bleiben.
d) Eine Bandrunde ist $2 \cdot (50 + 50) = 200\,\text{cm}$. Zwei Runden: $400\,\text{cm} = 4\,\text{m}$.

## Lösung zu Aufgabe 16

a) Flächen $30 \cdot 20 = 600$, $30 \cdot 10 = 300$, $20 \cdot 10 = 200$. $O = 2 \cdot 1100 = 2200\,\text{cm}^2$.
b) Mit 15 % Zuschlag: $2200 \cdot 1{,}15 = 2530\,\text{cm}^2$.
c) Längsrunde $2 \cdot (30 + 10) = 80\,\text{cm}$, Querrunde $2 \cdot (20 + 10) = 60\,\text{cm}$, dazu die Schleife 30 cm: $170\,\text{cm}$.
d) Eine Rolle hat $70 \cdot 200 = 14\,000\,\text{cm}^2$. Zehn Schachteln brauchen $10 \cdot 2530 = 25\,300\,\text{cm}^2$. Eine Rolle reicht nicht; man braucht 2 Rollen ($28\,000\,\text{cm}^2$).

## Lösung zu Aufgabe 17

a) $V = 50 \cdot 20 \cdot 2 = 2000\,\text{m}^3 = 2\,000\,000$ Liter.
b) $2000 : 250 = 8$ Stunden.
c) $2000 \cdot 3{,}50 = 7000$ €.
d) Die Wasseroberfläche ist $50 \cdot 20 = 1000\,\text{m}^2$. 5 mm sind $0{,}005\,\text{m}$. Verdunstung: $1000 \cdot 0{,}005 = 5\,\text{m}^3$ pro Tag, also 5000 Liter.
Antwort: 2000 m³, 8 Stunden zum Leeren, 7000 € pro Füllung, 5 m³ Verdunstung täglich.

## Lösung zu Aufgabe 18

a) Die Höhe muss in Meter umgerechnet werden: 30 cm = 0,3 m.
$V = 2 \cdot 2 \cdot 0{,}3 = 1{,}2\,\text{m}^3$.
b) $1{,}2 \cdot 28 = 33{,}60$ €.
c) $1{,}2\,\text{m}^3 = 1200\,\text{dm}^3 = 1200\,\text{l}$. $1200 : 10 = 120$ Eimer.
d) $6 : 1{,}2 = 5$. Eine Lieferung reicht für 5 Sandkästen.
Achtung: Wer mit 30 statt 0,3 rechnet, erhält 120 m³, also das Hundertfache.

## Lösung zu Aufgabe 19

a) Tafel: $16 \cdot 8 \cdot 1 = 128\,\text{cm}^3$. Karton: $32 \cdot 24 \cdot 8 = 6144\,\text{cm}^3$.
b) $6144 : 128 = 48$ Tafeln.
c) In die Länge passen $32 : 16 = 2$ Tafeln, in die Breite $24 : 8 = 3$, übereinander $8 : 1 = 8$. Zusammen $2 \cdot 3 \cdot 8 = 48$ Tafeln. Weil alle Maße genau aufgehen, bleibt kein

Platz frei, und beide Rechnungen stimmen überein.
d) $48 \cdot 1{,}20 = 57{,}60$ €.

## Lösung zu Aufgabe 20

a) $V = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6\,\mathrm{m}^3 = 6000\,\mathrm{l}$.
b) $6000 : 20 = 300$ Minuten. $300 : 60 = 5$ Stunden.
c) $6 \cdot 4 = 24$ €.
d) Wasserhöhe $1\,\mathrm{m} - 0{,}2\,\mathrm{m} = 0{,}8\,\mathrm{m}$. $3 \cdot 2 \cdot 0{,}8 = 4{,}8\,\mathrm{m}^3 = 4800\,\mathrm{l}$. Das spart 1200 Liter und 4,80 €.
Antwort: 6000 Liter, 5 Stunden, 24 €; bei 20 cm Abstand zum Rand 4800 Liter.

## Lösung zu Aufgabe 21

a) $O = 6 \cdot 2 \cdot 2 = 24\,\mathrm{cm}^2$; $V = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8\,\mathrm{cm}^3$.
b) $O = 6 \cdot 4 \cdot 4 = 96\,\mathrm{cm}^2$; $V = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64\,\mathrm{cm}^3$.
c) $96 : 24 = 4$: Die Oberfläche wird viermal so groß, weil in jeder Fläche zwei Kanten verdoppelt werden ($2 \cdot 2 = 4$). $64 : 8 = 8$: Das Volumen wird achtmal so groß, weil drei Kanten verdoppelt werden ($2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$). In den großen Würfel passen also 8 kleine Würfel.

## Lösung zu Aufgabe 22

a) Drei rote Flächen haben nur die Eckwürfel. Ein Würfel hat 8 Ecken, also 8 kleine Würfel.
b) Zwei rote Flächen haben die Würfel auf den Kanten, aber nicht an den Ecken. Jede der 12 Kanten besteht aus 3 Würfeln, davon 1 in der Mitte: 12 Würfel.
c) Genau eine rote Fläche haben die Mittelwürfel der 6 Seitenflächen: 6 Würfel.
d) Keine rote Fläche hat nur der Würfel genau im Inneren: 1 Würfel.
Kontrolle: $8 + 12 + 6 + 1 = 27$. Alle kleinen Würfel sind erfasst.