# Lernzettel - Flächeninhalt und Umfang

Klasse: Klasse 5

Wie lang muss der Zaun sein, und wie viel Rasen wächst im Beet? Umfang und Flächeninhalt beantworten diese Fragen.

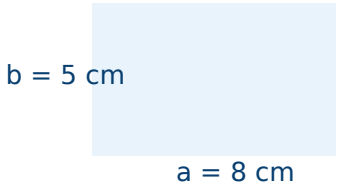
### Einstieg: Der neue Pausenhof

Die Schule bekommt einen neuen Pausenhof. Für den Zaun müssen die Planer wissen, wie lang der Rand ist: der Umfang. Für die Pflastersteine müssen sie wissen, wie viel Platz die Fläche einnimmt: der Flächeninhalt. Umfang und Fläche sind zwei verschiedene Fragen an dieselbe Figur. In diesem Kapitel lernst du, beide richtig zu berechnen, die Einheiten umzurechnen und zusammengesetzte Figuren geschickt zu zerlegen.

## Umfang: Wie lang ist der Rand?

### Definition: Umfang

Der **Umfang** $u$ einer Figur ist die Länge ihres Randes. Man misst ihn in Längeneinheiten (mm, cm, m, km).




### Regel: Umfang von Rechteck und Quadrat

Rechteck mit den Seiten $a$ und $b$: $u = a + b + a + b = 2 \cdot (a + b)$. Quadrat mit der Seite $a$: $u = 4 \cdot a$.

### Beispiel 1: Umfang berechnen

**Berechne den Umfang eines Rechtecks mit $a = 8\ \text{cm}$ und $b = 5\ \text{cm}$ sowie eines Quadrats mit $a = 7\ \text{cm}$.**

Rechteck: $u = 2 \cdot (8 + 5) = 26\ \text{cm}$. Quadrat: $u = 4 \cdot 7 = 28\ \text{cm}$.

### Beispiel 2: Bilderrahmen

**Ein Bild ist 30 cm breit und 20 cm hoch. Wie viel Leiste braucht der Rahmen?**

Die Leiste umschließt den Umfang: $u = 2 \cdot (30 + 20) = 100\ \text{cm}$, also einen Meter. Die

Bildfläche wäre dagegen $30 \cdot 20 = 600\ \text{cm}^2$.

## Flächeninhalt: Wie viel Platz nimmt die Figur ein?

**Definition: Flächeninhalt**

Der **Flächeninhalt** $A$ gibt an, wie viel Fläche eine Figur bedeckt. Man legt die Figur mit Einheitsquadraten aus, zum Beispiel mit Quadraten von 1 cm Seitenlänge (1 cm²).




**Regel: Flächeninhalt von Rechteck und Quadrat**

Rechteck: $A = a \cdot b$. Quadrat: $A = a \cdot a = a^2$.

**Beispiel 3: Fläche berechnen**

**Berechne den Flächeninhalt eines Rechtecks mit 8 cm Länge und 5 cm Breite und eines Quadrats mit $a = 7\ \text{cm}$.**

$A = 8 \cdot 5 = 40\ \text{cm}^2$ und $A = 7 \cdot 7 = 49\ \text{cm}^2$.

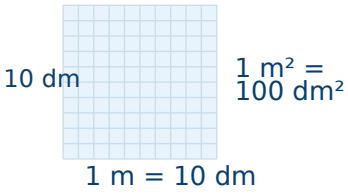
**Achtung**

Der Flächeninhalt wird in **Quadrateinheiten** angegeben (cm²), der Umfang in Längeneinheiten (cm). Beide Zahlen dürfen nie vermischt werden.

## Flächeneinheiten umrechnen

**Merke: Flächeneinheiten**

Zwischen benachbarten Einheiten liegt meist der Faktor 100 (nicht 10 wie bei Längen): $1\ \text{cm}^2 = 100\ \text{mm}^2$, $1\ \text{dm}^2 = 100\ \text{cm}^2$, $1\ \text{m}^2 = 100\ \text{dm}^2 = 10\,000\ \text{cm}^2$. Für Felder gilt $1\ \text{a} = 100\ \text{m}^2$, $1\ \text{ha} = 100\ \text{a} = 10\,000\ \text{m}^2$ und $1\ \text{km}^2 = 100\ \text{ha}$.




Warum 100? Ein Quadrat von 1 m Seitenlänge besteht aus 10 Reihen mit je 10 Quadraten von 1 dm Seitenlänge, also aus 100 dm².

**So gehst du vor: Flächeneinheiten umrechnen**

1. Bei einer kleineren Einheit multiplizierst du mit 100.
2. Bei einer größeren Einheit teilst du durch 100.
3. Bei Sprüngen über mehrere Einheiten wiederholst du den Schritt.

**Beispiel 4: Umrechnen**

**Rechne um: 3 m² in dm², 450 cm² in dm², 5 ha in m².**

$3\ \text{m}^2 = 300\ \text{dm}^2$, $450\ \text{cm}^2 = 4{,}5\ \text{dm}^2$, $5\ \text{ha} = 50\,000\ \text{m}^2$.

## Fehlende Seiten berechnen

**Regel: Umkehren der Formel**

Sind $A$ und eine Seite bekannt, gilt $b = A : a$. Ist der Umfang eines Quadrats bekannt, teilt man durch 4.

**Beispiel 5: Seite aus der Fläche**

**Ein Rechteck hat $A = 72\ \text{cm}^2$ und $a = 9\ \text{cm}$. Bestimme $b$ und $u$.**

$b = 72 : 9 = 8\ \text{cm}$, dann $u = 2 \cdot (9 + 8) = 34\ \text{cm}$.

**Beispiel 6: Quadrat aus dem Umfang**

**Ein Quadrat hat den Umfang 36 cm. Wie groß ist die Fläche?**

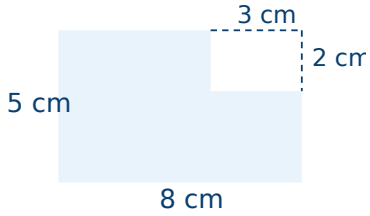
$a = 36 : 4 = 9\ \text{cm}$, also $A = 81\ \text{cm}^2$.

## Zusammengesetzte Figuren

**So gehst du vor: Zusammengesetzte Figuren**

1. **Zerlegen:** Teile die Figur in Rechtecke, berechne jede Teilfläche und addiere.

2. **Ergänzen:** Ergänze die Figur zu einem großen Rechteck und ziehe das Fehlende ab.




**Beispiel 7: L-förmige Figur**

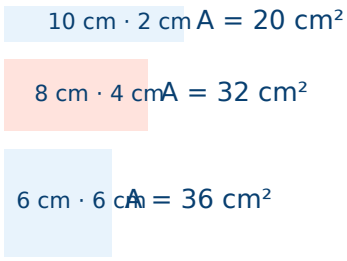
**Aus einem Rechteck von 10 cm × 6 cm wird eine Ecke von 4 cm × 3 cm herausgeschnitten. Bestimme Fläche und Umfang.**

$A = 10 \cdot 6 - 4 \cdot 3 = 60 - 12 = 48\ \text{cm}^2$. Der Umfang ist genauso groß wie beim großen Rechteck: $2 \cdot (10 + 6) = 32\ \text{cm}$, denn der Ausschnitt verkürzt den Rand an einer Stelle und verlängert ihn an der anderen um dieselbe Länge.

## Gleicher Umfang, verschiedene Fläche

**Merke**

Rechtecke mit gleichem Umfang können sehr verschiedene Flächen haben. Das Quadrat hat bei gleichem Umfang den größten Flächeninhalt. Umgekehrt haben Rechtecke mit gleicher Fläche unterschiedliche Umfänge.




**Beispiel 8: Umfang 24 cm**

**Welche Flächen haben Rechtecke mit $u = 24\ \text{cm}$?**

Es gilt $a + b = 12\ \text{cm}$. 11 × 1 hat 11 cm², 10 × 2 hat 20 cm², 8 × 4 hat 32 cm², 6 × 6 hat 36 cm².

**Beispiel 9: Seiten verdoppeln**

**Ein Beet ist ein Quadrat mit 5 m Seitenlänge. Was ändert sich, wenn die Seite auf 10 m verdoppelt wird?**

Zaun: $4 \cdot 5 = 20\,\text{m}$ wird zu 40 m, also doppelt so viel. Rasen: $25\,\text{m}^2$ wird zu 100 m², also *viermal* so viel.

## Anwendungen

### Beispiel 10: Fußboden

**Ein Klassenzimmer ist 9 m lang und 7 m breit. Der Boden wird mit Fliesen von 50 cm Seitenlänge belegt. Wie viele Fliesen braucht man?**

Boden: $9 \cdot 7 = 63\,\text{m}^2$. In eine Reihe passen $900 : 50 = 18$ Fliesen, es gibt $700 : 50 = 14$ Reihen. Das sind $18 \cdot 14 = 252$ Fliesen.

### Hinweis

Welche Größe gesucht ist, erkennst du an der Frage. „Wie lang muss der Zaun sein?“ fragt nach dem Umfang. „Wie viel Farbe wird gebraucht?“ fragt nach dem Flächeninhalt.

### Beispiel 11: Umfang und Fläche unterscheiden

**Ein Rechteck ist $9\,\text{m}$ lang und $4\,\text{m}$ breit. Was braucht man für einen Zaun, was für Rasensamen?**

Für den Zaun braucht man den Umfang: $U = 2 \cdot (9 + 4) = 26\,\text{m}$. Für den Rasen braucht man die Fläche: $A = 9 \cdot 4 = 36\,\text{m}^2$. Man misst den Umfang in Metern und die Fläche in Quadratmetern: Die Einheiten verraten, was berechnet wurde.

### Beispiel 12: Fläche durch Abziehen

**Ein Rechteck ist $12\,\text{cm}$ lang und $8\,\text{cm}$ breit. In der Mitte ist ein Quadrat mit $3\,\text{cm}$ Seitenlänge ausgeschnitten. Wie groß ist die Restfläche?**

Gesamtfläche: $12 \cdot 8 = 96\,\text{cm}^2$. Ausschnitt: $3 \cdot 3 = 9\,\text{cm}^2$. Restfläche: $96 - 9 = 87\,\text{cm}^2$. Bei zusammengesetzten Figuren kann man entweder in Teilrechtecke zerlegen und addieren oder von einem großen Rechteck etwas abziehen.

### Beispiel 13: Umrechnen von Flächeneinheiten

**Rechne $2\,\text{m}^2\,35\,\text{dm}^2$ in $\text{dm}^2$ um.**

Die Umrechnungszahl bei Flächen ist $100$, nicht $10$: $2\,\text{m}^2 = 200\,\text{dm}^2$. Also $200\,\text{dm}^2 + 35\,\text{dm}^2 = 235\,\text{dm}^2$. Zur Kontrolle: Ein Quadrat mit $1\,\text{m}$ Seitenlänge besteht aus $10 \cdot 10 = 100$ Quadraten mit $1\,\text{dm}$ Seitenlänge.

### Typische Fehler

(1) Umfang und Fläche verwechseln: Der Umfang hat die Einheit $\mathrm{cm}$, die Fläche $\mathrm{cm}^2$. (2) Beim Umfang eines Rechtecks nur $a + b$ rechnen und die Verdopplung vergessen. (3) Bei der Umrechnung von Flächeneinheiten mit $10$ statt mit $100$ rechnen. (4) Beim Rechnen die Einheiten vermischen: $3\,\mathrm{m} \cdot 40\,\mathrm{cm}$ erst in dieselbe Einheit umwandeln. (5) Bei L-Figuren Teilstücke doppelt zählen oder vergessen, was herausgeschnitten wurde.

## Wusstest du?

Die Einheit Hektar (ha) wurde in Frankreich eingeführt und stammt von „Hecto-Are“, also hundert Ar. Ein Fußballfeld hat etwa $0{,}7$ Hektar. Landwirte geben die Größe ihrer Felder in Hektar an. Schon die alten Ägypter mussten Felder nach den Nilüberschwemmungen neu vermessen. Daraus entstand die Geometrie, wörtlich „Erdmessung“.

## So gehst du vor: Textaufgaben zu Fläche und Umfang

1. Lies die Aufgabe und unterstreiche die Zahlen mit ihren Einheiten.
2. Entscheide: Ist der Rand gefragt (Umfang, zum Beispiel für Zaun, Leiste, Rahmen) oder die Fläche (zum Beispiel für Rasen, Boden, Farbe)?
3. Rechne alle Längen in dieselbe Einheit um.
4. Schreibe die Formel auf, setze ein und rechne.
5. Gib das Ergebnis mit der richtigen Einheit ($\mathrm{m}$ oder $\mathrm{m}^2$) und einem Antwortsatz an.
6. Prüfe das Ergebnis mit einem Überschlag.

## Beispiel 14: Eine Aufgabe mit Zaun und Rasen

**Ein rechteckiger Garten ist $15\,\mathrm{m}$ lang und $8\,\mathrm{m}$ breit. Der Zaun kostet *12\,€* pro Meter, der Rasen *2\,€* pro $\mathrm{m}^2$.**

Umfang: $U = 2 \cdot (15 + 8) = 46\,\mathrm{m}$. Zaunkosten: *46\cdot12=552\,€*. Fläche: $A = 15 \cdot 8 = 120\,\mathrm{m}^2$. Rasenkosten: *120\cdot2=240\,€*. Gesamtkosten: *552+240=792\,€*. Der Überschlag $50 \cdot 12 + 120 \cdot 2 = 840$ zeigt, dass das Ergebnis passt.

## Wusstest du? Landvermessung

Seit Jahrtausenden messen Menschen Flächen. Nach den Überschwemmungen des Nils mussten die Ägypter die Felder immer wieder neu vermessen, und daraus entstand die Geometrie. Heute messen Landvermesser mit Laserstrahlen und Satelliten. Die Fläche eines Grundstücks entscheidet über den Preis, den Garten, den Zaun und manchmal über die Steuer. Deshalb ist es wichtig, Fläche und Umfang sicher zu berechnen und zu wissen, wann man welche der beiden Größen braucht. Auch bei Fußballfeldern, Spielplätzen und Zimmern spielt die Fläche eine große Rolle, etwa beim Kauf von Farbe oder Bodenbelag.

## So gehst du vor: Eine zusammengesetzte Figur berechnen

Zeichne die Figur und beschrifte alle bekannten Längen. Überlege, ob du die Figur in zwei oder drei Rechtecke zerlegen kannst, oder ob es einfacher ist, ein großes Rechteck zu nehmen und ein Stück abzuziehen. Berechne die Flächen der Teile und addiere oder subtrahiere. Für den Umfang addierst du alle äußeren Kanten der Figur, innere Schnittlinien zählen nicht mit. Prüfe das Ergebnis mit einem zweiten Weg.

## Schon gewusst?

Ein Fußballfeld hat ungefähr $7000\,\mathrm{m}^2$, also etwa drei Viertel Hektar. Wenn in den Nachrichten steht, dass ein Waldbrand 1000 Hektar zerstört hat, entspricht das ungefähr 1400 Fußballfeldern. Auch beim Wohnen spielt der Flächeninhalt eine große Rolle: Die Miete einer Wohnung wird meistens pro Quadratmeter berechnet.

## Merke: Das Wichtigste auf einen Blick

- Der Umfang ist die Länge der Randlinie einer Figur; er wird in $\mathrm{mm}$, $\mathrm{cm}$, $\mathrm{m}$ oder $\mathrm{km}$ gemessen.
- Der Flächeninhalt gibt an, wie viele Einheitsquadrate in eine Figur passen; er wird in $\mathrm{cm}^2$, $\mathrm{m}^2$, ha usw. gemessen.
- Rechteck: $U = 2 \cdot (a + b)$, $A = a \cdot b$; Quadrat: $U = 4 \cdot a$, $A = a \cdot a$.
- Flächeneinheiten rechnet man mit der Stufenzahl $100$ um ($1\,\mathrm{m}^2 = 100\,\mathrm{dm}^2$); $1\,\mathrm{ha} = 10\,000\,\mathrm{m}^2$.
- Fehlende Seiten bestimmt man mit der Umkehrung: $b = A : a$ und $b = U : 2 - a$.
- Zusammengesetzte Figuren zerlegt man in Rechtecke und addiert, oder man zieht ausgeschnittene Teile von einem großen Rechteck ab.
- Gleicher Umfang bedeutet nicht gleiche Fläche; bei festem Umfang hat das Quadrat die größte Fläche.

## Achtung

Umfang und Fläche werden oft verwechselt. Beim Umrechnen wird mit 10 statt mit 100 gerechnet. Manche vergessen die Einheit oder schreiben cm statt cm². Bei zusammengesetzten Figuren werden Teilflächen doppelt gezählt.

## Ottos Tipp

Frage dich immer: Geht es um den Rand (Zaun, Rahmen: Umfang) oder um die Fläche (Rasen, Fliesen, Farbe: Flächeninhalt)? Das Stichwort im Text verrät es.