Lösungen - Flächeninhalt und Umfang

Klasse: Klasse 5

Lösung zu Aufgabe 1

Formeln: Rechteck $U = 2 \cdot (a + b)$, $A = a \cdot b$; Quadrat $U = 4 \cdot a$, $A = a \cdot a$.
a) $U = 2 \cdot (8 + 5) = 2 \cdot 13 = 26\,\text{cm}$; $A = 8 \cdot 5 = 40\,\text{cm}^2$.
b) $U = 4 \cdot 7 = 28\,\text{cm}$; $A = 7 \cdot 7 = 49\,\text{cm}^2$.
c) $U = 2 \cdot (12 + 9) = 2 \cdot 21 = 42\,\text{m}$; $A = 12 \cdot 9 = 108\,\text{m}^2$.
d) $U = 4 \cdot 15 = 60\,\text{cm}$; $A = 15 \cdot 15 = 225\,\text{cm}^2$.
Achte auf die Einheiten: Der Umfang ist eine Länge (cm, m), der Flächeninhalt eine Fläche (cm^2, m^2).

Lösung zu Aufgabe 2

Wir stellen die Formeln um und rechnen rückwärts.
a) Aus $A = a \cdot b$ folgt $b = A : a = 72 : 9 = 8\,\text{cm}$. Dann $U = 2 \cdot (9 + 8) = 34\,\text{cm}$.
b) Beim Quadrat sind alle vier Seiten gleich: $a = 36 : 4 = 9\,\text{cm}$. Fläche $A = 9 \cdot 9 = 81\,\text{cm}^2$.
c) Der halbe Umfang ist $a + b = 30 : 2 = 15\,\text{cm}$. Also $b = 15 - 11 = 4\,\text{cm}$ und $A = 11 \cdot 4 = 44\,\text{cm}^2$.
d) Gesucht ist die Zahl, die mit sich selbst multipliziert 64 ergibt: $8 \cdot 8 = 64$, also $a = 8\,\text{m}$. Umfang $U = 4 \cdot 8 = 32\,\text{m}$.

Lösung zu Aufgabe 3

Bei Flächeneinheiten ist die Umrechnungszahl 100 (nicht 10 wie bei Längen). In die kleinere Einheit wird multipliziert, in die größere dividiert.
a) m^2 zu cm^2 sind zwei Schritte: $3 \cdot 100 \cdot 100 = 30\,000\,\text{cm}^2$.
b) dm^2 zu m^2: $450 : 100 = 4{,}5\,\text{m}^2$.
c) $2 \cdot 10\,000 = 20\,000\,\text{m}^2$.
d) $7500 : 10\,000 = 0{,}75\,\text{ha}$, also drei Viertel Hektar.
e) $5 \cdot 100 = 500\,\text{mm}^2$.

Lösung zu Aufgabe 4

a) Großes Rechteck: $10 \cdot 8 = 80\,\text{cm}^2$. Ausgeschnittenes Stück: $4 \cdot 3 = 12\,\text{cm}^2$.
b) L-Figur: $80 - 12 = 68\,\text{cm}^2$.
c) Wir gehen einmal um die Figur herum: $10 + 8 + 6 + 3 + 4 + 5 = 36\,\text{cm}$. Das große Rechteck hat ebenfalls $2 \cdot (10 + 8) = 36\,\text{cm}$. Die eingeknickte Ecke verschiebt die Randstücke nur nach innen, ihre Längen bleiben gleich.
d) Oberes Rechteck $6 \cdot 3 = 18\,\text{cm}^2$, unteres Rechteck $10 \cdot 5 = 50\,\text{cm}^2$. Zusammen $68\,\text{cm}^2$. Beide Wege ergeben dasselbe.

Lösung zu Aufgabe 5

a) Fläche = Länge mal Breite: $11 \cdot 1 = 11$, $10 \cdot 2 = 20$, $9 \cdot 3 = 27$, $8 \cdot 4 = 32$, $7 \cdot 5 = 35$, $6 \cdot 6 = 36$ (alle in cm^2).
b) Die größte Fläche hat das Rechteck mit $a = b = 6\,\mathrm{cm}$, also das Quadrat, mit $36\,\mathrm{cm}^2$. Je ähnlicher die Seiten sind, desto größer wird die Fläche.
c) Der Umfang ist $U = 2 \cdot (a + b) = 24\,\mathrm{cm}$. Teilt man durch 2, erhält man $a + b = 12\,\mathrm{cm}$. Die Summe einer Länge und einer Breite ist immer der halbe Umfang.

Lösung zu Aufgabe 6

a) $U = 2 \cdot (4 + 3) = 14\,\mathrm{cm}$; $A = 4 \cdot 3 = 12\,\mathrm{cm}^2$.
b) Neue Seiten 8 cm und 6 cm: $U = 2 \cdot (8 + 6) = 28\,\mathrm{cm}$; $A = 8 \cdot 6 = 48\,\mathrm{cm}^2$.
c) $48 : 12 = 4$. Das alte Rechteck passt viermal hinein: zwei nebeneinander und zwei übereinander. Der Umfang verdoppelt sich, die Fläche vervierfacht sich, weil beide Faktoren verdoppelt werden ($2 \cdot 2 = 4$).
d) Seiten 12 cm und 9 cm: $U = 42\,\mathrm{cm}$, dreimal so groß; $A = 108\,\mathrm{cm}^2$, neunmal so groß ($3 \cdot 3 = 9$).

Lösung zu Aufgabe 7

a) Der Rahmen ist auf jeder Seite 3 cm breit, also kommen zu jeder Kante $2 \cdot 3 = 6\,\mathrm{cm}$ dazu: $30 + 6 = 36\,\mathrm{cm}$ breit und $40 + 6 = 46\,\mathrm{cm}$ hoch.
b) Mit Rahmen $36 \cdot 46 = 1656\,\mathrm{cm}^2$, Bild allein $30 \cdot 40 = 1200\,\mathrm{cm}^2$. Rahmenfläche: $1656 - 1200 = 456\,\mathrm{cm}^2$.
c) Äußerer Rand: $2 \cdot (36 + 46) = 164\,\mathrm{cm} = 1{,}64\,\mathrm{m}$. Kosten $1{,}64 \cdot 2{,}50 = 4{,}10$ €.
d) $456 : 10 = 45{,}6\,\mathrm{ml}$ Lack.

Lösung zu Aufgabe 8

a) Fläche: $4{,}5 \cdot 3{,}6 = 16{,}2\,\mathrm{m}^2$.
b) Kosten: $16{,}2 \cdot 28 = 453{,}60$ €.
c) Mit 10 % Verschnitt: $16{,}2 \cdot 1{,}1 = 17{,}82\,\mathrm{m}^2$. Kosten $17{,}82 \cdot 28 = 498{,}96$ €.
d) Umfang $2 \cdot (4{,}5 + 3{,}6) = 2 \cdot 8{,}1 = 16{,}2\,\mathrm{m}$. Ohne die Tür: $16{,}2 - 0{,}9 = 15{,}3\,\mathrm{m}$ Leiste.
Antwort: Das Zimmer hat $16{,}2\,\mathrm{m}^2$; mit Verschnitt kostet das Parkett 498,96 €, und man braucht 15,3 m Leiste.

Lösung zu Aufgabe 9

a) $A = 105 \cdot 68 = 7140\,\mathrm{m}^2$. Da $1\,\mathrm{ha} = 10\,000\,\mathrm{m}^2$, sind das $0{,}714\,\mathrm{ha}$, also knapp drei Viertel Hektar.
b) $U = 2 \cdot (105 + 68) = 2 \cdot 173 = 346\,\mathrm{m}$.
c) Fünf Runden: $5 \cdot 346 = 1730\,\mathrm{m} = 1{,}73\,\mathrm{km}$.
d) $7140 : 350 = 20{,}4\,\mathrm{h}$. $0{,}4\,\mathrm{h} = 0{,}4 \cdot 60 = 24\,\mathrm{min}$, also braucht der Roboter 20 h 24 min.
Antwort: $7140\,\mathrm{m}^2$, 346 m Umfang, 1,73 km Laufstrecke, gut 20 Stunden Mähzeit.

Lösung zu Aufgabe 10

a) Der Zaun läuft an drei Seiten: zwei kurze Seiten und eine lange Seite.
$12 + 12 + 18 = 42\,\text{m}$.
b) Kosten: $42 \cdot 24 = 1008$ €.
c) Das Tor ersetzt 3 m Zaun: $42 - 3 = 39\,\text{m}$ Zaun kosten $39 \cdot 24 = 936$ €. Mit dem Tor: $936 + 180 = 1116$ €. Das Tor macht den Zaun also um 108 € teurer.
d) Gartenfläche: $18 \cdot 12 = 216\,\text{m}^2$.
Antwort: 42 m Zaun für 1008 €, mit Tor 1116 €; der Garten hat $216\,\text{m}^2$.

Lösung zu Aufgabe 11

a) Bodenfläche: $25 \cdot 12 = 300\,\text{m}^2$.
b) 1 m = 100 cm. Auf einer Seite von 1 m liegen $100 : 20 = 5$ Fliesen, auf einem Quadratmeter also $5 \cdot 5 = 25$ Fliesen. Kontrolle: Eine Fliese hat $400\,\text{cm}^2$, und $10\,000 : 400 = 25$.
c) $300 \cdot 25 = 7500$ Fliesen.
d) Kosten: $7500 \cdot 0{,}80 = 6000$ €.
Antwort: Für den Boden braucht man 7500 Fliesen für 6000 €.

Lösung zu Aufgabe 12

a) Wand: $5 \cdot 2{,}5 = 12{,}5\,\text{m}^2$.
b) Fenster $1{,}2 \cdot 1{,}4 = 1{,}68\,\text{m}^2$; Tür $0{,}9 \cdot 2 = 1{,}8\,\text{m}^2$.
c) Fenster und Tür werden nicht gestrichen: $12{,}5 - 1{,}68 - 1{,}8 = 9{,}02\,\text{m}^2$.
d) $9{,}02 : 6 \approx 1{,}5$ Liter. Da man nur ganze Liter kauft und 1 Liter nicht reicht, braucht man 2 Liter Farbe.
Antwort: Zu streichen sind $9{,}02\,\text{m}^2$; dafür kauft man 2 Liter Farbe.

Lösung zu Aufgabe 13

a) Blech: $40 \cdot 30 = 1200\,\text{cm}^2$.
b) Ein Stück: $5 \cdot 5 = 25\,\text{cm}^2$.
c) Erste Rechnung über die Fläche: $1200 : 25 = 48$ Stücke. Zweite Rechnung über die Seiten: In der Länge passen $40 : 5 = 8$ Stücke, in der Breite $30 : 5 = 6$ Stücke, zusammen $8 \cdot 6 = 48$ Stücke.
d) Es sind $26 + 2 = 28$ Personen. Jede bekommt ein Stück, dann bleiben $48 - 28 = 20$ Stücke übrig. Der Kuchen reicht also gut, sogar für ein zweites Stück für 20 Personen.

Lösung zu Aufgabe 14

a) Grundstück $30 \cdot 20 = 600\,\text{m}^2$; Haus $12 \cdot 9 = 108\,\text{m}^2$; Terrasse $6 \cdot 4 = 24\,\text{m}^2$.
b) Rasen: $600 - 108 - 24 = 468\,\text{m}^2$.
c) Zaun: $2 \cdot (30 + 20) = 100\,\text{m}$.
d) Zaun $100 \cdot 18 = 1800$ €; Rasensaat $468 \cdot 0{,}60 = 280{,}80$ €; Terrassenplatten $24 \cdot 35 = 840$ €. Zusammen $2920{,}80$ €.

e) Halbe Rasenfläche $468 : 2 = 234\,\text{m}^2$. Saat $234 \cdot 0{,}60 = 140{,}40$ €, Pflaster $234 \cdot 40 = 9360$ €, zusammen $9500{,}40$ €. Gegenüber $280{,}80$ € für Saat auf der ganzen Fläche sind das $9500{,}40 - 280{,}80 = 9219{,}60$ € Mehrkosten.

Lösung zu Aufgabe 15

a) Bodenfläche: $9 \cdot 7 = 63\,\text{m}^2$.
b) Linoleum: $63 \cdot 32 = 2016$ €.
c) Umfang: $2 \cdot (9 + 7) = 32\,\text{m}$. An den zwei Türen fehlt je 1 m Leiste: $32 - 2 = 30\,\text{m}$.
d) Leiste: $30 \cdot 4{,}50 = 135$ €. Gesamt: $2016 + 135 = 2151$ €.
Antwort: Der neue Boden mit Leiste kostet 2151 €. Für die Fläche nutzt man $A = a \cdot b$, für die Leiste den Umfang.

Lösung zu Aufgabe 16

a) Schulhof: $40 \cdot 25 = 1000\,\text{m}^2$. Beet: $10 \cdot 6 = 60\,\text{m}^2$.
b) Zu pflastern: $1000 - 60 = 940\,\text{m}^2$.
c) Eine Platte ist 50 cm, also 0,5 m breit. Auf 1 m passen 2 Platten nebeneinander, auf einen Quadratmeter $2 \cdot 2 = 4$ Platten.
d) $940 \cdot 4 = 3760$ Platten. Kosten: $3760 \cdot 2 = 7520$ €.
Antwort: Für $940\,\text{m}^2$ braucht man 3760 Platten zum Preis von 7520 €.

Lösung zu Aufgabe 17

a) Umfang: $2 \cdot (24 + 16) = 80\,\text{m}$. Der Eingang bleibt offen: $80 - 2 = 78\,\text{m}$ Zaun.
b) Gesamtfläche: $24 \cdot 16 = 384\,\text{m}^2$.
c) Sandkasten $6 \cdot 4 = 24\,\text{m}^2$, Kies $8 \cdot 5 = 40\,\text{m}^2$, zusammen $64\,\text{m}^2$.
d) Rasen: $384 - 64 = 320\,\text{m}^2$. Bruchteil: $\frac{320}{384}$; wir kürzen mit 64 und erhalten $\frac{5}{6}$.
Antwort: 78 m Zaun; fünf Sechstel des Spielplatzes sind Rasen.

Lösung zu Aufgabe 18

a) 1 m = 100 cm: $6\,\text{m} = 600\,\text{cm}$ und $4{,}5\,\text{m} = 450\,\text{cm}$.
b) Die Plattenkante muss in beide Seiten genau hineinpassen, sie muss also ein gemeinsamer Teiler von 600 und 450 sein. Der größte gemeinsame Teiler ist 150, denn $600 = 4 \cdot 150$ und $450 = 3 \cdot 150$, und 4 und 3 haben keinen gemeinsamen Teiler mehr.
c) In der Länge $600 : 150 = 4$ Platten, in der Breite $450 : 150 = 3$ Platten, insgesamt $4 \cdot 3 = 12$ Platten.
d) Kosten: $12 \cdot 48 = 576$ €.

Lösung zu Aufgabe 19

a) Wohnzimmer $5 \cdot 4 = 20\,\text{m}^2$; Schlafzimmer $4 \cdot 3 = 12\,\text{m}^2$; Kinderzimmer $3{,}5 \cdot 3 = 10{,}5\,\text{m}^2$; Küche $3 \cdot 3 = 9\,\text{m}^2$; Bad $2{,}5 \cdot 2 = 5\,\text{m}^2$.
b) Gesamtfläche: $20 + 12 + 10{,}5 + 9 + 5 = 56{,}5\,\text{m}^2$.

c) Monatsmiete: $56{,}5 \cdot 9{,}50 = 536{,}75$ €.
d) Teppich im Kinderzimmer: $10{,}5 \cdot 24 = 252$ €.
Antwort: Die Wohnung hat $56{,}5\,\mathrm{m}^2$, kostet 536,75 € Miete im Monat, und der Teppich kostet 252 €.

Lösung zu Aufgabe 20

a) Der Zaun ist der Umfang: $2 \cdot (a + b) = 20$, also $a + b = 10$. Mit $a = 7\,\mathrm{m}$ ist $b = 3\,\mathrm{m}$. Fläche $A = 7 \cdot 3 = 21\,\mathrm{m}^2$.
b) Mit $b = 10 - a$: $a = 1$: $1 \cdot 9 = 9$; $a = 2$: 16; $a = 3$: 21; $a = 4$: 24; $a = 5$: 25; $a = 6$: 24; $a = 7$: 21; $a = 8$: 16; $a = 9$: 9 (in m^2).
c) Die größte Fläche von $25\,\mathrm{m}^2$ erhält man mit 5 m mal 5 m. Das ist ein Quadrat. Bei gleichem Umfang hat das Quadrat von allen Rechtecken die größte Fläche.

Lösung zu Aufgabe 21

a) Aus der Tabelle: Seite 1 cm ergibt Umfang 4 cm, Seite 2 cm ergibt 8 cm; Seite 2 cm ergibt 8 cm, Seite 4 cm ergibt 16 cm. Wird die Seite verdoppelt, verdoppelt sich auch der Umfang, weil $U = 4 \cdot a$.
b) Die Fläche wird viermal so groß. Beispiel 1: Seite $1 \to 2$, Fläche $1 \to 4$. Beispiel 2: Seite $2 \to 4$, Fläche $4 \to 16$, und $16 = 4 \cdot 4$. Grund: Beide Faktoren in $a \cdot a$ werden verdoppelt.
c) Gesucht ist $4 \cdot a = a \cdot a$. Das gilt für $a = 4$: $U = 16$ und $A = 16$. Nur die Maßzahlen stimmen überein, die Einheiten (cm und cm^2) sind verschieden.