Lernzettel - Achsensymmetrie und Spiegelung

Klasse: Klasse 5

Schmetterlinge, Blätter und Brillen haben etwas gemeinsam: Sie sind symmetrisch. In diesem Kapitel lernst du, Symmetrieachsen zu finden und Punkte und Figuren zu spiegeln.

Einstieg: Der Schmetterling und das Spiegelbild

Klappst du einen Schmetterling in der Mitte zusammen, passen beide Flügel genau aufeinander. Dasselbe gilt für ein Herz aus Papier, das du gefaltet und ausgeschnitten hast, oder für dein Spiegelbild im See. Solche Figuren heißen achsensymmetrisch. In diesem Kapitel lernst du, Symmetrieachsen zu erkennen, Punkte und Figuren an einer Achse zu spiegeln und die Eigenschaften der Achsenspiegelung zu nutzen.

Achsensymmetrie erkennen

Definition: achsensymmetrisch

Eine Figur heißt **achsensymmetrisch**, wenn man sie so falten kann, dass beide Hälften genau aufeinanderliegen. Die Faltlinie heißt **Symmetrieachse** (Spiegelachse). Beispiele sind Schmetterlinge, Blätter, Brillen und viele Buchstaben.



Merke: Anzahl der Symmetrieachsen

Eine Figur kann mehr als eine Symmetrieachse haben.

Figur	Anzahl der Symmetrieachsen
Quadrat	4
Rechteck (kein Quadrat)	2
Raute (kein Quadrat)	2
gleichseitiges Dreieck	3
gleichschenkliges Dreieck	1
Drachenviereck	1
Parallelogramm (kein Rechteck, keine Raute)	0

Kreis	unendlich viele (jeder Durchmesser)

Beispiel 1: Buchstaben

Welche Buchstaben haben eine Symmetrieachse?

Senkrechte Achsen haben A, H, I, M, O, T, U, V, W, X, Y. Waagerechte Achsen haben B, C, D, E, H, I, K, O, X. H, I, O und X haben beide. Keine Achse haben F, G, J, L, N, P, Q, R, S und Z.

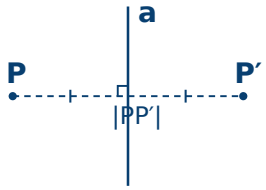
Spiegeln eines Punktes

Definition: Achsenspiegelung

Bei einer **Achsenspiegelung** an der Achse a wird jedem Punkt P genau ein **Bildpunkt** P' (gesprochen: P Strich) zugeordnet.

Regel: Spiegelpunkt

Die Verbindungsstrecke $[PP']$ steht **senkrecht** auf der Achse a. Die Punkte P und P' haben von der Achse den **gleichen Abstand**. Die Achse ist also die Mittelsenkrechte von $[PP']$. Liegt P auf der Achse, so ist $P' = P$.



Beispiel 2: Abstand zur Achse

P hat von der Achse 3 cm Abstand. Wo liegt P' und wie lang ist $[PP']$?

P' liegt ebenfalls 3 cm von der Achse entfernt, auf der anderen Seite. Also gilt $|PP'| = 6\ \text{cm}$.

Beispiel 3: Auf Kästchenpapier

P liegt 5 Kästchen links der Achse und 3 Kästchen über der Rasterlinie. Wo liegt P'?

P' liegt 5 Kästchen rechts der Achse, ebenfalls 3 Kästchen über der Rasterlinie. Die Strecke $[PP']$ ist waagerecht und $2 \cdot 5 = 10$ Kästchen lang.

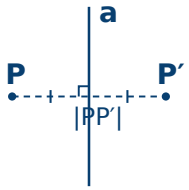
Konstruktion mit dem Geodreieck

So gehst du vor: Punkt spiegeln

1. Lege die Mittellinie des Geodreiecks auf die Achse a und schiebe es, bis die kurze Kante durch P geht.
2. Zeichne durch P die Senkrechte zur Achse.
3. Miss den Abstand von P bis zur Achse.
4. Trage denselben Abstand auf der anderen Seite der Achse ab und markiere P'.

Hinweis

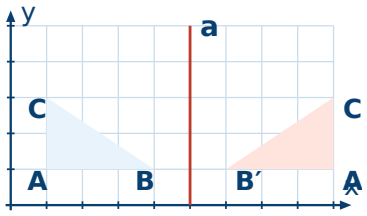
Auf Kästchenpapier zählt man einfach die Kästchen: Liegt P vier Kästchen links der Achse, liegt P' vier Kästchen rechts, in derselben Höhe.



Figuren spiegeln

So gehst du vor: Vieleck spiegeln

1. Spiegle jeden Eckpunkt einzeln.
2. Beschrifte die Bildpunkte mit Strich: A', B', C'.
3. Verbinde die Bildpunkte in derselben Reihenfolge wie die Originalpunkte.



Beispiel 4: Dreieck spiegeln

Das Dreieck ABC hat A auf der Achse, B 2 Kästchen und C 4 Kästchen links der Achse. Spiegle es.

A bleibt liegen, B' liegt 2 Kästchen rechts, C' liegt 4 Kästchen rechts der Achse. Das Dreieck $A'B'C'$ hat dieselben Seitenlängen wie ABC.

Eigenschaften der Achsenspiegelung

Satz: Eigenschaften

Die Achsenspiegelung ist **längentreu** ($|AB| = |A'B'|$), **winkeltreu** und **geradentreu**: Geraden werden zu Geraden, parallele Geraden bleiben parallel. Der **Umlaufsinn** kehrt sich um: Aus „im Uhrzeigersinn“ wird „gegen den Uhrzeigersinn“.

Merke: Doppelt spiegeln

Zweimaliges Spiegeln an derselben Achse ergibt wieder die Ausgangsfigur.

Beispiel 5: Wort spiegeln

Das Wort „MAMA“ wird an einer senkrechten Linie rechts davon gespiegelt. Was entsteht?

Jeder Buchstabe ist senkrecht symmetrisch und bleibt gleich. Die Reihenfolge kehrt sich um: Man liest „AMAM“.

Symmetrieachsen suchen

Regel

Beim Rechteck verlaufen die Symmetrieachsen durch die Mittelpunkte gegenüberliegender Seiten. Beim gleichschenkligen Dreieck ist die Achse die Mittelsenkrechte der Basis und geht durch die Spitze. Prüfe immer mit einem Gedankenfalten: Würden die Hälften genau aufeinanderliegen?

Beispiel 6: Drachenviereck

Wie viele Symmetrieachsen hat ein Drachenviereck?

Genau eine: die Diagonale, die die beiden Spitzen verbindet. Sie halbiert die andere Diagonale und steht senkrecht auf ihr.

Beispiel 7: Spiegeln am Gitter

Die Achse ist die senkrechte Linie bei $x = 3$. Spiegle den Punkt $P(1|4)$ und das Dreieck mit $A(0|1)$, $B(2|1)$, $C(1|2)$.

Der Punkt P ist 2 Einheiten von der Achse entfernt ($3 - 1 = 2$), sein Bildpunkt liegt 2 Einheiten rechts der Achse: $P'(5|4)$. Für das Dreieck: $A'(6|1)$, $B'(4|1)$, $C'(5|2)$. Die y-Werte ändern sich nicht, die x-Werte spiegeln um die Achse $x = 3$. Man erkennt die Regel: Neuer x-Wert $= 2 \cdot 3 -$ alter x-Wert.

Beispiel 8: Symmetrieachsen eines Rechtecks

Wie viele Symmetrieachsen hat ein Rechteck mit den Seiten $6\,\text{cm}$ und $4\,\text{cm}$? Warum sind die Diagonalen keine Achsen?

Ein Rechteck hat zwei Achsen: die Mittellinie parallel zur langen Seite und die Mittellinie parallel zur kurzen Seite. Klappt man das Rechteck an einer Diagonale, passen die Hälften nicht aufeinander, denn die Seiten haben unterschiedliche Längen ($6 \neq 4$). Nur beim Quadrat sind auch die Diagonalen Achsen, deshalb hat das Quadrat vier Achsen.

Beispiel 9: Achsen finden mit dem Spiegelversuch

Prüfe, ob der Buchstabe E achsensymmetrisch ist.

Man hält einen kleinen Spiegel senkrecht an die waagerechte Mittellinie des E: Das Bild zusammen mit der unteren Hälfte ergibt wieder ein E. Also ist E achsensymmetrisch mit einer waagerechten Achse. Eine senkrechte Achse gibt es nicht, denn die linke und die rechte Hälfte des E sehen verschieden aus.

Typische Fehler

(1) Den Abstand vom Punkt zur Achse nicht senkrecht messen. (2) Beim Spiegeln nur einen Punkt spiegeln und die anderen Eckpunkte vergessen. (3) Diagonalen eines Rechtecks für Symmetrieachsen halten. (4) Das Spiegelbild auf derselben Seite der Achse zeichnen. (5) Zu denken, dass jedes Parallelogramm Symmetrieachsen hat.

Wusstest du?

Der Name Leonardo da Vinci ist mit Spiegelschrift verbunden: Er schrieb viele Notizen von rechts nach links, so dass man sie nur im Spiegel gut lesen kann. Auch der Rettungswagen trägt das Wort „Krankenwagen“ oder „Ambulanz“ auf der Motorhaube seitenverkehrt, damit Autofahrer es im Rückspiegel richtig lesen. Und in der Natur sind viele Lebewesen annähernd achsensymmetrisch: Schmetterlinge, Blätter und auch der Körper des Menschen.

So gehst du vor: Spiegelbild kontrollieren

1. Miss bei jedem Eckpunkt den Abstand zur Achse, am besten mit dem Geodreieck senkrecht zur Achse.
2. Trage denselben Abstand auf der anderen Seite ab und markiere den Bildpunkt.
3. Verbinde die Bildpunkte in derselben Reihenfolge wie die Originalpunkte.
4. Kontrolliere: Jede Verbindungsstrecke muss senkrecht zur Achse stehen, und die Achse muss sie in der Mitte teilen.
5. Klappe das Blatt gedanklich an der Achse zusammen: Original und Bild müssen genau aufeinander liegen.

Diese Kontrolle dauert nur eine Minute und verhindert die häufigsten Zeichenfehler, zum Beispiel einen vergessenen Eckpunkt oder einen schiefen Abstand.

Beispiel 10: Symmetrie im Alltag erkennen

Welche Gegenstände im Klassenzimmer sind achsensymmetrisch?

Die Tür ist achsensymmetrisch, wenn man sie von vorn betrachtet, mit einer senkrechten Achse in der Mitte. Eine Schere ist es nicht, weil Griff und Klinge verschieden aussehen. Ein Stuhl von vorn gesehen hat eine senkrechte Achse, von der Seite gesehen keine. Eine Figur ist also manchmal nur aus einer bestimmten Richtung achsensymmetrisch.

Symmetrie in Natur und Kunst

Symmetrie begegnet dir in der Natur und in der Kunst. Schmetterlingsflügel, Blätter und Schneeflocken sind fast spiegelgleich. Kirchenfenster, Teppiche und Fassaden sind oft nach einer Achse gebaut, weil symmetrische Muster ruhig und ausgewogen wirken. Auch viele Logos und Verkehrsschilder nutzen Symmetrie, damit man sie schnell erkennt. Wer eine Figur genau betrachtet, kann mit dem Spiegelversuch prüfen, ob sie symmetrisch ist: Man hält einen kleinen Spiegel an die vermutete Achse und sieht nach, ob das Bild mit der Figur zusammenpasst.

Wichtig ist, dass eine Symmetrieachse eine Gerade ist, an der man die Figur falten kann. Beide Hälften müssen dabei genau aufeinander liegen, auch an den Rändern. Viele Figuren haben mehrere Achsen, manche gar keine, und der Kreis hat unendlich viele.

Beispiel 11: Eine Figur Schritt für Schritt spiegeln

Spiegle das Dreieck mit den Eckpunkten A, B und C an einer senkrechten Achse auf Kästchenpapier.

Du beginnst mit dem Punkt A und zählst, wie viele Kästchen er von der Achse entfernt ist. Dann zählst du auf der anderen Seite genauso viele Kästchen in derselben Zeile ab und markierst den Bildpunkt. Dasselbe machst du mit B und C. Zum Schluss verbindest du die Bildpunkte in derselben Reihenfolge. Das Bilddreieck hat dieselben Seitenlängen und Winkel wie das Original, liegt aber auf der anderen Seite der Achse. Zur Kontrolle klappst du das Blatt gedanklich an der Achse.

So gehst du vor: Symmetrieachsen finden

Probiere zuerst die senkrechte und die waagerechte Mittellinie. Danach prüfst du die Diagonalen. Bei Vielecken suchst du Linien durch gegenüberliegende Ecken und durch Seitenmitten. Zeichne jede vermutete Achse ein und überprüfe mit dem Spiegel oder durch Falten, ob wirklich beide Hälften zusammenpassen. Zähle zum Schluss alle gefundenen Achsen. Achte darauf, dass du keine Achse doppelt zählst.

Wusstest du? Spiegelschrift und Rätsel

Leonardo da Vinci schrieb seine Notizen in Spiegelschrift. Man kann sie nur lesen, wenn man sie vor einen Spiegel hält. Auch heute nutzen Menschen die Spiegelschrift: Auf den Vorderseiten von Rettungswagen steht das Wort Ambulanz seitenverkehrt, damit es im Rückspiegel richtig lesbar ist. Kleine Rätsel mit Spiegelbildern machen viel Spaß: Zeichne ein Wort in Spiegelschrift und lass jemanden raten, was dort steht. Dabei übst du ganz nebenbei die Eigenschaften der Achsenspiegelung.

Merke: Das Wichtigste auf einen Blick

- Eine Figur ist achsensymmetrisch, wenn sie sich an einer Geraden (Symmetrieachse) so falten lässt, dass beide Hälften deckungsgleich sind.
- Anzahl der Achsen: Quadrat 4, Rechteck 2, Raute 2, gleichseitiges Dreieck 3, Kreis unendlich viele, Parallelogramm 0.
- Spiegelpunkt: P und P' haben denselben Abstand von der Achse, und steht senkrecht auf der Achse.
- Punkte auf der Achse bleiben beim Spiegeln fest.
- Die Achsenspiegelung ist längentreu, winkeltreu und geradentreu; der Umlaufsinn kehrt sich um.
- Zweimal an derselben Achse spiegeln ergibt die Ausgangsfigur; zweimal an parallelen Achsen ergibt eine Verschiebung um den doppelten Abstand der Achsen.
- Beim Spiegeln auf Kästchenpapier zählt man die Kästchen bis zur Achse ab und trägt sie auf der anderen Seite ab.

Achtung

Die Diagonalen eines Rechtecks sind *keine* Symmetrieachsen, nur beim Quadrat. Beim Spiegeln misst man oft schräg statt senkrecht zur Achse, und manchmal wird ein Eckpunkt vergessen. Prüfe am Ende: Passt die Figur beim Falten an der Achse genau auf ihr Bild?

Ottos Tipp

Zeichne die Achse mit Farbe und klappe das Heft in Gedanken an ihr um. Dort, wo dein Bildpunkt „hinfallen“ würde, gehört er hin!