Lernzettel - Rechengesetze und Rechenregeln

Klasse: Klasse 4

Stell dir vor, du siehst die Aufgabe $3 + 4 \cdot 5$. Von links nach rechts ergibt sich $7 \cdot 5 = 35$. Rechnest du zuerst $4 \cdot 5$, bekommst du $3 + 20 = 23$. Damit alle dieselbe Zahl herausbekommen, gibt es feste **Rechenregeln**.

Einstieg: Wer rechnet richtig?

Mia und Ben rechnen dieselbe Aufgabe: $3 + 4 \cdot 5$. Mia sagt: „Das ist 35." Ben sagt: „Nein, es sind 23." Wer hat recht? Beide haben mit denselben Zahlen gerechnet, aber in einer anderen Reihenfolge. Damit solche Streitfälle überall auf der Welt gleich gelöst werden, gibt es feste Rechenregeln. Mit ihnen weiß jeder: Das richtige Ergebnis ist 23, denn die Mal-Aufgabe geht vor. In diesem Kapitel lernst du die Regeln, die Rechenvorteile und das Aufschreiben von Termen.

Punkt vor Strich

Definition: Punktrechnung und Strichrechnung

Malnehmen und Teilen ($\cdot$ und :) heißen **Punktrechnungen**. Plus und Minus ($+$ und $-$) heißen **Strichrechnungen**.

Regel: Punkt vor Strich

Punktrechnung geht vor Strichrechnung. Du rechnest zuerst Mal und Geteilt, danach Plus und Minus. Bei gleichwertigen Rechenzeichen rechnest du von links nach rechts.

Beispiel 1: Punkt vor Strich

$3 + 4 \cdot 5$ und $20 - 12 : 4$

$3 + 4 \cdot 5 = 3 + 20 =$ **23**.

$20 - 12 : 4 = 20 - 3 =$ **17**.

Beispiel 2: Zwei Punktrechnungen

$36 : 6 + 6 \cdot 6$

Rechne beide Punktrechnungen aus: $6 + 36$. Addiere erst am Schluss: **42**.

Klammern zuerst

Regel: Klammern vor Punkt vor Strich

Eine Klammer sagt: „Zuerst ich!“ Was in der Klammer steht, rechnest du als Erstes aus, auch wenn es eine Strichrechnung ist. Die Reihenfolge heißt: Klammern, dann Punkt, dann Strich.

Beispiel 3: Mit Klammer

(3 + 4) · 5 und 48 : (2 + 4)

(3 + 4) · 5 = 7 · 5 = **35**.

48 : (2 + 4) = 48 : 6 = **8**.

So gehst du vor: Aufgaben mit mehreren Rechenzeichen

1. Suche Klammern und rechne den Inhalt aus.
2. Rechne alle Mal- und Geteilt-Aufgaben aus, von links nach rechts.
3. Rechne zum Schluss Plus und Minus, von links nach rechts.
4. Schreibe unter jeden Schritt eine neue Zeile.

Beispiel 4: Mehrere Schritte

7 · 8 − (3 + 4) · 5

Zuerst die Klammer: 7. Dann die Punktrechnungen: 56 − 35.

Zum Schluss minus: **21**.

Beispiel 5: Von links nach rechts

100 − 4 · 20 + 5

Zuerst 4 · 20 = 80. Dann 100 − 80 + 5. Bei Plus und Minus gilt: von links nach rechts. 100 − 80 = 20 und 20 + 5 = **25**.

Würdest du zuerst 80 + 5 rechnen, käme 15 heraus. Das wäre falsch.

Terme aufstellen: Von der Geschichte zur Rechnung

Ein Term ist eine Rechenaufgabe mit Zahlen und Rechenzeichen. Sachaufgaben löst du am besten, indem du zuerst einen Term aufstellst. So siehst du die ganze Rechnung auf einen Blick und kannst die Reihenfolge prüfen. Achte auf Wörter: „Summe“ heißt plus, „Differenz“ minus, „Produkt“ mal, „Quotient“ geteilt. „Das Dreifache von 8“ ist 3 · 8, und „mal 3“ nach einer Summe verlangt eine Klammer.

Beispiel 8: Term aufstellen

Lea kauft 3 Eis zu je 1,20 Euro und eine Limonade für 1,50 Euro. Wie viel zahlt sie?

Der Term heißt $3 \cdot 1{,}20 + 1{,}50$. Du rechnest zuerst $3 \cdot 1{,}20 = 3{,}60$ und dann $3{,}60 + 1{,}50 = 5{,}10$. Lea zahlt 5,10 Euro. Weil das Mal vor dem Plus steht, brauchst du hier keine Klammer.

Beispiel 9: Mit Klammern

Vier Kinder bekommen je 2 Brezeln und 3 Kekse. Wie viele Stücke sind das?

Jedes Kind bekommt $2 + 3 = 5$ Stücke. Vier Kinder bekommen $4 \cdot (2 + 3) = 4 \cdot 5 = 20$ Stücke. Hier ist die Klammer wichtig: Ohne sie würdest du $4 \cdot 2 + 3 = 11$ rechnen und das wäre falsch. Du kannst auch mit dem Verteilungsgesetz rechnen: $4 \cdot 2 + 4 \cdot 3 = 8 + 12 = 20$.

Rechenvorteile im Alltag

Die Rechengesetze sparen Zeit. Beim Einkaufen rechnest du $4 \cdot 25$ Cent = 1 Euro im Kopf, weil $25 + 25 + 25 + 25 = 100$ ist. Wenn du $37 \cdot 4 \cdot 25$ rechnen willst, tauschst du zuerst: $4 \cdot 25 = 100$, dann $100 \cdot 37 = 3\,700$. Das Vertauschen und Zusammenfassen gilt für Plus und Mal, aber niemals für Minus und Geteilt: $10 - 3$ ist nicht dasselbe wie $3 - 10$.

Wusstest du das?

Das Gleichheitszeichen erfand 1557 der Mathematiker Robert Recorde aus Wales. Er schrieb: „Zwei parallele Linien sind sich am ähnlichsten.“ Die Rechenregel „Punkt vor Strich“ ist kein Naturgesetz, sondern eine Verabredung. Weil sie weltweit gilt, rechnen Taschenrechner und Computer überall gleich.

Merke: Das Wichtigste auf einen Blick

- Punktrechnung (mal, geteilt) geht vor Strichrechnung (plus, minus).
- Klammern werden zuerst gerechnet.
- Reihenfolge: Klammern, dann Punkt, dann Strich, jeweils von links nach rechts.
- Bei Plus und Mal darfst du vertauschen und zusammenfassen: $25 + 68 + 75 = 25 + 75 + 68$.
- Verteilungsgesetz: $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$; praktisch bei $7 \cdot 104$ oder $6 \cdot 99$.
- Aus Texten werden Terme: „die Summe von 12 und 8, mal 3“ heißt $(12 + 8) \cdot 3$.
- Bei Sachaufgaben erst einen Term aufstellen, dann rechnen, dann einen Antwortsatz schreiben.
- Mit einem Überschlag und der Probe prüfst du, ob dein Ergebnis sinnvoll ist.

Achtung

Rechne nicht einfach von links nach rechts, wenn Punkt vor Strich gilt. Übersieh keine Klammer. Bei Minus und Geteilt darfst du die Zahlen nicht vertauschen: $9 - 6$ ist nicht

$6 - 9$.

Vertauschen, Verbinden und Verteilen

Merke: Vertauschungsgesetz

Bei Plus und Mal darfst du die Zahlen vertauschen: $6 + 9 = 9 + 6$ und $4 \cdot 7 = 7 \cdot 4$. Bei Minus und Geteilt geht das nicht.

Merke: Verbindungsgesetz

Bei Plus und Mal darfst du beliebig zusammenfassen: $25 + 68 + 75 = (25 + 75) + 68 = 100 + 68 = 168$. Und $4 \cdot 37 \cdot 25 = (4 \cdot 25) \cdot 37 = 100 \cdot 37 = 3\,700$.

Merke: Verteilungsgesetz

Du kannst eine Zahl in Teile zerlegen: $7 \cdot 104 = 7 \cdot 100 + 7 \cdot 4 = 728$. Und $6 \cdot 99 = 6 \cdot 100 - 6 \cdot 1 = 594$. Auch rückwärts geht es: $8 \cdot 6 + 8 \cdot 4 = 8 \cdot (6 + 4) = 80$.

Terme und Sachaufgaben

Definition: Term

Ein Rechenausdruck mit Zahlen und Rechenzeichen heißt **Term**. „Die Summe von 12 und 8, mal 3“ ist der Term $(12 + 8) \cdot 3 = 60$. „12 plus das Dreifache von 8“ ist der Term $12 + 3 \cdot 8 = 36$.

Beispiel 6: Sachaufgabe

Tim kauft 3 Hefte zu je 2 Euro und 4 Stifte zu je 3 Euro. Er bezahlt mit einem 20-Euro-Schein. Wie viel Rückgeld bekommt er?

Der Term lautet $20 - (3 \cdot 2 + 4 \cdot 3)$. In der Klammer: $3 \cdot 2 = 6$ und $4 \cdot 3 = 12$, zusammen 18. Dann $20 - 18 = 2$.

Antwort: Tim bekommt **2 Euro** zurück.

Beispiel 7: Mit Klammer und Division

$2\,500 - (800 + 700) : 5$

In der Klammer steht 1 500. Dann die Punktrechnung $1\,500 : 5 = 300$. Zum Schluss $2\,500 - 300 =$ **2 200**.

Ottos Tipp

Male dir mit einem Buntstift die Punktrechnungen an. Dann siehst du sofort, was zuerst drankommt.