Lernzettel - Flächeninhalt und Umfang von Rechtecken

Klasse: Klasse 4

Ein Rechteck hat vier Seiten und vier rechte Winkel. Gegenüberliegende Seiten sind gleich lang. Das Quadrat ist ein besonderes Rechteck: Alle vier Seiten sind gleich lang. Zu einem Rechteck kannst du zwei Fragen stellen: Wie lang ist der Weg ringsherum? Wie viel Platz ist innen?

Einstieg: Zaun oder Rasen?

Familie Berger bekommt ein neues Grundstück: 15 m lang und 12 m breit. Der Vater sagt: „Wir brauchen einen Zaun." Die Mutter sagt: „Und Rasensamen für die ganze Fläche." Zwei verschiedene Fragen: Wie lang muss der Zaun sein, und wie groß ist die Fläche? Für den Zaun brauchst du den **Umfang**, für den Rasen den **Flächeninhalt**. Beide gehören zu einem Rechteck, aber sie messen etwas ganz anderes. In diesem Kapitel lernst du die Formeln, die Einheiten und die passende Wahl für Sachaufgaben.

Der Umfang

Definition: Umfang

Der **Umfang** ist die Länge des Randes einer Figur. Er wird in Längeneinheiten angegeben (mm, cm, m, km).

Regel: Umfang des Rechtecks

Für ein Rechteck mit den Seiten a und b gilt:

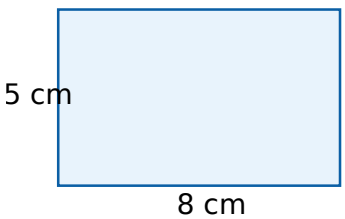
$$U = a + b + a + b = 2 \cdot (a + b)$$

Beim Quadrat mit der Seite a gilt $U = 4 \cdot a$.

Beispiel 1: Umfang

Ein Rechteck ist 8 cm lang und 5 cm breit. Berechne den Umfang.

$U = 2 \cdot (8\text{ cm} + 5\text{ cm}) = 2 \cdot 13\text{ cm} = \mathbf{26\text{ cm}}$.



Der Flächeninhalt

Definition: Flächeninhalt

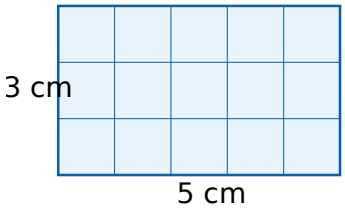
Der **Flächeninhalt** sagt, wie viele Einheitsquadrate in die Fläche passen. Ein Quadrat mit der Seitenlänge 1 cm hat den Flächeninhalt **1 cm²** (ein Quadratzentimeter).

Regel: Flächeninhalt des Rechtecks

Ein Rechteck mit 8 cm Länge und 5 cm Breite hat 5 Reihen mit je 8 Quadraten, also 40 Quadrate. Deshalb gilt:

$$\mathbf{A = a \cdot b}$$

Beim Quadrat gilt $A = a \cdot a$.



Beispiel 2: Flächeninhalt

Ein Rechteck ist 12 m lang und 7 m breit. Berechne Umfang und Flächeninhalt.

Skizze zeichnen und die Längen an die Seiten schreiben.

Umfang: $12 + 7 = 19$, dann $2 \cdot 19 = 38$ m. Fläche: $12 \cdot 7 = 84$ m².

Antwort: Das Rechteck hat einen Umfang von **38 m** und einen Flächeninhalt von **84 m²**.

Flächeneinheiten

Merke: Flächeneinheiten

Für Flächen gibt es eigene Einheiten: mm², cm², dm², m². Ein Quadratmeter ist ein Quadrat mit 1 m Seitenlänge, also 100 cm mal 100 cm. Deshalb gilt 1 m² = **10 000 cm²**. Bei Längen rechnest du mit 100, bei Flächen mit 10 000. So sind 3 m² gleich 30 000 cm².

Wie groß ist ein Quadratmeter?

Ein Quadratmeter ist ein Quadrat, das 1 m lang und 1 m breit ist. Du kannst es dir gut vorstellen: Lege einen Meterstab quadratisch auf den Boden, und du hast einen Quadratmeter. Auf diese Fläche passen etwa 4 Kinder, die dicht beieinander stehen. Ein

Fußballfeld hat ungefähr 7 000 m². Ein Quadratzentimeter ist dagegen winzig, etwa so groß wie ein Fingernagel. Ein Karokästchen in deinem Heft ist 0,5 cm lang, hat also 0,25 cm². Mit solchen Vergleichen findest du schnell heraus, ob dein Ergebnis sinnvoll ist.

Beispiel 6: Quadratmeter schätzen

Wie groß ist ein Klassenzimmer, das 9 m lang und 7 m breit ist?

$A = 9 \cdot 7 = 63$ m². Auf diese Fläche passen etwa 250 Kinder, wenn man 4 pro m² rechnet. Das ist natürlich zu viel für ein Klassenzimmer: Tische, Stühle und Wege brauchen viel Platz. Eine Klasse hat etwa 25 Kinder, das sind etwa 2,5 m² pro Kind.

Umfang und Fläche verwechseln

Der häufigste Fehler in diesem Kapitel ist, Umfang und Flächeninhalt zu vertauschen. Merke dir: Der Umfang ist der Weg um die Figur herum, du addierst die Seiten. Der Flächeninhalt ist die Fläche innen, du multiplizierst. Beim Umfang schreibst du m, cm oder mm, bei der Fläche m², cm² oder mm². Frage dich bei jeder Sachaufgabe: Läuft jemand herum (Zaun, Rand, Leiste, Runde), oder wird eine Fläche bedeckt (Boden, Rasen, Fliesen, Farbe)?

Beispiel 7: Welche Formel passt?

Ein Rechteck ist 8 cm lang und 3 cm breit. Berechne alles, was du brauchst, um ein Bild zu rahmen und die Pappe zu bekleben.

Für den Rahmen brauchst du den Umfang: $U = 2 \cdot (8 + 3) = 22$ cm. Für die Pappe brauchst du die Fläche: $A = 8 \cdot 3 = 24$ cm².

Beispiel 8: Zusammengesetzte Fläche

Ein Zimmer ist 5 m × 4 m groß, dazu kommt ein Erker von 2 m × 1 m. Wie groß ist die Wohnfläche?

Hauptzimmer: $5 \cdot 4 = 20$ m². Erker: $2 \cdot 1 = 2$ m². Zusammen 22 m².

Wusstest du das?

Schon die alten Ägypter mussten Felder nach den Überschwemmungen des Nils neu vermessen. Dabei haben sie Seile mit Knoten benutzt. So entstand die Geometrie, was auf Griechisch „Erdmessung“ bedeutet.

Merke: Das Wichtigste auf einen Blick

- Umfang eines Rechtecks: $U = 2 \cdot (a + b)$; Quadrat: $U = 4 \cdot a$. Der Umfang ist eine Länge.
- Flächeninhalt eines Rechtecks: $A = a \cdot b$; Quadrat: $A = a \cdot a$. Er wird in Quadrateinheiten gemessen.

- Flächeneinheiten: mm², cm², dm², m²; Umrechnungszahl 100; 1 m² = 10 000 cm².
- Zusammengesetzte Figuren in Rechtecke zerlegen oder zu einem großen Rechteck ergänzen.
- Fehlende Seite: b = A : a oder b = U : 2 − a.
- Zaun, Rand, Leiste: Umfang. Rasen, Boden, Fliesen: Flächeninhalt.
- Bei gleichem Flächeninhalt können Rechtecke einen verschiedenen Umfang haben.
- Antwortsatz mit Einheit nicht vergessen (m, m², Euro).

Achtung

Verwechsle Umfang und Flächeninhalt nicht. Schreibe bei Flächen immer die Hochzahl (cm², nicht cm). Beim Umfang addierst du alle vier Seiten, nicht nur zwei. Und setze nie 1 m² mit 100 cm² gleich.

Zusammengesetzte Figuren und gesuchte Seiten

So gehst du vor: zusammengesetzte Figur berechnen

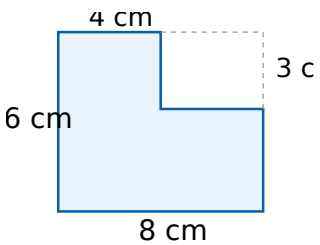
1. Zerlege die Figur in Rechtecke oder ergänze sie zu einem großen Rechteck.
2. Berechne jede Teilfläche mit A = a · b.
3. Addiere (bei Zerlegen) oder subtrahiere (bei Ergänzen).
4. Schreibe das Ergebnis mit Einheit cm² oder m².

Beispiel 3: L-Form

Aus einem Rechteck mit 8 cm Länge und 6 cm Breite wird rechts oben ein Rechteck von 4 cm mal 3 cm herausgenommen. Berechne Fläche und Umfang der L-Form.

Fläche: 8 · 6 − 4 · 3 = 48 − 12 = **36 cm²**.

Umfang: Die Ecke ändert die Länge des Randes nicht, also U = 2 · (8 + 6) = **28 cm**.



Regel: Gesuchte Seite

Sind der Flächeninhalt und eine Seite bekannt, teilst du: b = A : a. Sind der Umfang und eine Seite bekannt, rechnest du erst U : 2 und ziehst dann die bekannte Seite ab.

Beispiel 4: Seite berechnen

Ein Rechteck hat den Flächeninhalt 48 cm² und die Seite a = 6 cm. Ein zweites hat den Umfang 30 cm und die Seite 9 cm.

Erstes: b = 48 : 6 = **8 cm**.

Zweites: 30 : 2 = 15, dann 15 − 9 = **6 cm**.

Sachaufgaben

Merke: Umfang oder Fläche?

Frage dich: Muss ich ringsherum laufen (Umfang) oder etwas ausfüllen (Fläche)? Zaun, Bilderrahmen, Leiste: Umfang. Rasen, Teppich, Fliesen, Farbe, Folie: Flächeninhalt.

Beispiel 5: Garten

Ein Garten ist 15 m lang und 12 m breit. Wie lang ist der Zaun ringsherum, und wie groß ist der Rasen?

Zaun: 2 · (15 + 12) = **54 m**.

Rasen: 15 · 12 = **180 m²**.

Hinweis

Zwei Rechtecke können denselben Flächeninhalt, aber verschiedene Umfänge haben: 8 cm mal 3 cm und 6 cm mal 4 cm haben beide 24 cm², aber die Umfänge 22 cm und 20 cm.

Ottos Tipp

Frage dich: „Muss ich ringsherum laufen oder etwas ausfüllen?“ Dann weißt du sofort, ob du Umfang oder Flächeninhalt brauchst.