Lernzettel - Achsensymmetrie und Abbildungen

Klasse: Klasse 4

Falte ein Blatt Papier in der Mitte und schneide an der Faltkante eine halbe Herzform aus. Klappst du das Blatt auf, hast du ein vollständiges Herz. Beide Hälften sind Spiegelbilder.

Einstieg: Schmetterling und Spiegel

Ein Schmetterling sitzt auf einer Blume. Seine beiden Flügel sehen genau gleich aus, als wären sie ein Spiegelbild voneinander. Du kannst dir sogar vorstellen, ihn in der Mitte zu falten: Beide Hälften würden genau aufeinanderliegen. Genau das bedeutet Achsensymmetrie. Auch in der Kunst, in der Architektur und in der Natur kommt Symmetrie ständig vor: bei Blättern, Gesichtern, Kirchenfenstern und Verkehrsschildern. In diesem Kapitel lernst du, Symmetrieachsen zu finden, Figuren zu spiegeln und zu verschieben und daraus schöne Muster zu bauen.

Achsensymmetrie

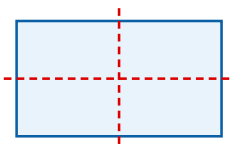
Definition: achsensymmetrisch

Eine Figur ist **achsensymmetrisch**, wenn du sie an einer Linie so falten kannst, dass beide Hälften genau aufeinanderliegen. Die Faltlinie heißt **Symmetrieachse** oder Spiegelachse.

Merke: Symmetrieachsen zählen

Manche Figuren haben mehr als eine Achse:

- Rechteck: **2** Achsen (waagerecht und senkrecht durch die Mitte).
- Quadrat: **4** Achsen (zwei durch die Mitten der Seiten, zwei Diagonalen).
- Gleichseitiges Dreieck: **3** Achsen.
- Kreis: unendlich viele Achsen.
- Buchstabe H: 2 Achsen, Buchstabe A: 1 Achse.



Achtung

Die Diagonale eines Rechtecks ist **keine** Symmetrieachse. Faltest du das Rechteck an der Diagonale, liegen die Hälften nicht aufeinander. Beim Quadrat sind die Diagonalen

dagegen Achsen.

Beispiel 1: Achsen finden

Wie viele Symmetrieachsen hat ein Rechteck, das kein Quadrat ist?

Falte das Rechteck waagerecht in der Mitte und senkrecht in der Mitte: Beide Male liegen die Hälften aufeinander. Es hat also genau **2** Achsen.

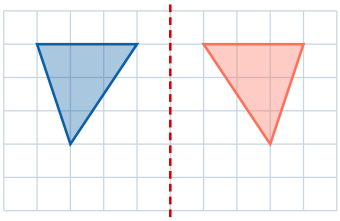
Spiegeln im Gitter

Regel: Spiegeln

Jeder Punkt hat einen Bildpunkt auf der anderen Seite der Achse. Der Bildpunkt hat **denselben Abstand** zur Achse und liegt genau gegenüber. Punkte auf der Achse bleiben an ihrem Platz.

So gehst du vor: eine Figur spiegeln

1. Zähle bei einem Eckpunkt die Kästchen bis zur Spiegelachse.
2. Gehe auf der anderen Seite genauso viele Kästchen nach außen und markiere den Bildpunkt.
3. Mache das mit allen Ecken.
4. Verbinde die Bildpunkte in der gleichen Reihenfolge.



Merke: Was bleibt gleich?

Das Spiegelbild hat dieselbe Form und dieselbe Größe wie das Original. Umfang und Flächeninhalt ändern sich nicht. Nur die Orientierung ist umgekehrt: Was links war, ist rechts.

Beispiel 2: Dreieck spiegeln

Ein Dreieck hat die Ecken A, B und C. Die Achse ist senkrecht. A liegt 4 Kästchen links der Achse, B direkt auf der Achse, C 2 Kästchen links.

A' liegt 4 Kästchen rechts der Achse, auf derselben Höhe wie A.

B liegt auf der Achse, also ist B' derselbe Punkt wie B. C' liegt 2 Kästchen rechts.

Verbinde A', B' und C' in der Reihenfolge von A, B, C.

Beispiel 3: Waagerechte Achse

Ein Punkt liegt 3 Kästchen über einer waagerechten Achse. Wo liegt der Bildpunkt?

Bei einer waagerechten Achse zählst du nach oben und unten. Der Bildpunkt liegt **3 Kästchen unter** der Achse. Die Figur steht im Bild auf dem Kopf.

Hinweis

Du kannst jede Spiegelung prüfen: Klappe das Papier an der Achse zusammen und halte es gegen das Licht. Original und Bild müssen genau aufeinanderliegen. Mit einem kleinen Spiegel geht es auch.

Verschieben und Muster

Definition: Verschieben

Beim **Verschieben** bewegst du die ganze Figur um eine Strecke in eine Richtung, zum Beispiel „4 Kästchen nach rechts und 2 nach oben“. Du verschiebst jeden Eckpunkt gleich und verbindest sie wieder. Die Figur dreht sich nicht und wird nicht umgeklappt.

Merke: Muster fortsetzen

Muster entstehen durch Wiederholen, Spiegeln oder Verschieben. Suche zuerst die Gruppe, die sich wiederholt. Ein symmetrisches Muster liest sich von beiden Seiten gleich, zum Beispiel Rot, Gelb, Blau, Blau, Gelb, Rot.

Beispiel 4: Muster

Setze fort: Quadrat, Kreis, Dreieck, Quadrat, Kreis, Dreieck, …

Die Gruppe „Quadrat, Kreis, Dreieck“ wiederholt sich. Es folgen wieder Quadrat, Kreis, Dreieck. Die 10. Figur ist ein Quadrat, denn $10 = 3 \cdot 3 + 1$.

Spiegeln im Gitter Schritt für Schritt

Spiegeln im Karogitter geht am besten Punkt für Punkt. Du nimmst eine Ecke der Figur und zählst, wie viele Kästchen sie von der Spiegelachse entfernt ist. Dann gehst du von der Achse aus genauso weit auf die andere Seite und zeichnest den Bildpunkt. Das machst du mit jeder Ecke. Am Ende verbindest du die Bildpunkte in derselben Reihenfolge. Eine Probe: Verbinde einen Punkt mit seinem Bildpunkt. Die Verbindungslinie muss senkrecht auf der Achse stehen und von ihr genau halbiert werden.

Beispiel 5: Punkt spiegeln

Spiegle den Punkt P(2|3) an der senkrechten Achse bei x = 5.

Der Abstand von P zur Achse beträgt 5 − 2 = 3 Kästchen. Der Bildpunkt liegt 3 Kästchen rechts der Achse, also bei x = 5 + 3 = 8. Die Höhe bleibt gleich. Der Bildpunkt ist P'(8|3).

Verschieben im Gitter

Beim Verschieben beschreibst du die Bewegung mit zwei Zahlen: wie viele Kästchen nach rechts oder links und wie viele nach oben oder unten. Du verschiebst jeden Punkt der Figur um dieselbe Strecke. Die Form bleibt gleich, nur die Position ändert sich. Auch Muster entstehen durch Verschieben: Ein Element wird immer wieder um dieselbe Strecke weitergeschoben, zum Beispiel bei Bordüren und Tapeten.

Beispiel 6: Figur verschieben

Das Dreieck A(1|2), B(4|2), C(1|5) wird um 3 nach rechts und 2 nach oben verschoben. Wie heißen die neuen Ecken?

Zu jeder x-Koordinate kommen 3 dazu, zu jeder y-Koordinate 2. Es entstehen A'(4|4), B'(7|4) und C'(4|7). Das Dreieck ist gleich groß, nur an anderer Stelle.

Beispiel 7: Symmetrieachsen finden

Wie viele Symmetrieachsen hat ein regelmäßiges Sechseck?

Man kann es durch die gegenüberliegenden Ecken falten (3 Achsen) und durch die Mitten der gegenüberliegenden Seiten (noch einmal 3 Achsen). Es hat also 6 Symmetrieachsen.

Wusstest du das?

Das Wort „symmetrisch“ kommt aus dem Griechischen und bedeutet „gleichmäßig“. Schon vor 5 000 Jahren schmückten Menschen ihre Töpfe mit symmetrischen Mustern. In der Natur sind Schneeflocken sogar sechsfach symmetrisch.

Merke: Das Wichtigste auf einen Blick

- Eine Figur ist achsensymmetrisch, wenn beide Hälften beim Falten genau aufeinanderliegen.
- Die Faltlinie heißt Symmetrieachse.
- Rechteck: 2 Achsen, Quadrat: 4 Achsen, gleichseitiges Dreieck: 3 Achsen, Kreis: unendlich viele.
- Beim Spiegeln hat der Bildpunkt denselben Abstand zur Achse wie der Punkt, auf der anderen Seite.
- Ein Punkt auf der Achse bleibt beim Spiegeln fest.
- Spiegeln und Verschieben verändern Form und Größe nicht, nur die Lage.
- Beim Verschieben werden alle Punkte gleich weit in dieselbe Richtung bewegt.

- Muster entstehen durch Wiederholen, Spiegeln oder Verschieben.

Achtung

Zähle beim Spiegeln immer die Abstände zur Achse, sonst liegt die Figur schief. Beim Verschieben darf die Figur nicht gedreht werden. Und vergiss bei einer Figur nicht die zweite Achse.

Hinweis

Symmetrie begegnet dir überall: Ein Schmetterling hat zwei gleiche Flügel, ein Ahornblatt ist fast symmetrisch, Schlösser haben oft zwei gleiche Türme. Das Stoppschild und das Verbotsschild sind symmetrisch.

Ottos Tipp

Halte einen kleinen Spiegel an die Achse. Dann siehst du sofort das Spiegelbild und kannst dein Ergebnis kontrollieren.