Lösungen zur Klassenarbeit - Zusammengesetzte Körper

Klasse: Klasse 10 · Dauer: 45 Minuten · /20

Lösung zu Aufgabe 1 (4 BE/Punkte)

a) Zylinder: $V = \pi r^2 h = \pi \cdot 16 \cdot 10 = 160\pi \approx 502{,}7\,\text{cm}^3$. Die Oberfläche setzt sich aus zwei Kreisen und dem Mantel zusammen:
$O = 2\pi r^2 + 2\pi r h = 32\pi + 80\pi = 112\pi \approx 351{,}9\,\text{cm}^2$ (2 P.).
b) Beim Kegel bilden Radius 4 cm, Höhe 3 cm und Mantellinie ein rechtwinkliges Dreieck mit s als Hypotenuse: $s = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5$ cm (1 P.).
c) Volumen: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 16 \cdot 3 = 16\pi \approx 50{,}3\,\text{cm}^3$. Mantel:
$M = \pi r s = \pi \cdot 4 \cdot 5 = 20\pi \approx 62{,}8\,\text{cm}^2$ (1 P.). Würde man den Kegel auf den Zylinder setzen, käme ein Körper mit $176\pi \approx 552{,}9\,\text{cm}^3$ heraus. Antwort: Zylinder $502{,}7\,\text{cm}^3$ und $351{,}9\,\text{cm}^2$; $s = 5$ cm; Kegel $50{,}3\,\text{cm}^3$ und $62{,}8\,\text{cm}^2$.

Lösung zu Aufgabe 2 (4 BE/Punkte)

a) Der Wohnteil ist ein Quader: $V_1 = 6 \cdot 6 \cdot 3 = 108\,\text{m}^3$ (1 P.).
b) Das Dach ist eine quadratische Pyramide mit $G = 36\,\text{m}^2$ und $h = 2$ m:
$V_2 = \frac{1}{3} \cdot 36 \cdot 2 = 24\,\text{m}^3$. Zusammen umbaut das Haus $108 + 24 = 132\,\text{m}^3$ (1 P.).
c) Die Seitenhöhe h_s führt von der Mitte einer Dachkante zur Spitze. Sie ist Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks mit der halben Grundkante 3 m und der Dachhöhe 2 m:
$h_s = \sqrt{9 + 4} = \sqrt{13} \approx 3{,}61$ m (1 P.). Die Dachfläche besteht aus vier Dreiecken mit Grundseite 6 m: $4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 3{,}61 \approx 43{,}3\,\text{m}^2$ (1 P.). Häufiger Fehler: die Dachhöhe 2 m als Dreieckshöhe verwenden. Antwort: $108\,\text{m}^3$, $24\,\text{m}^3$, $h_s \approx 3{,}61$ m, rund $43{,}3\,\text{m}^2$ Dachfläche.

Lösung zu Aufgabe 3 (4 BE/Punkte)

a) $V_Q = 12 \cdot 8 \cdot 5 = 480\,\text{cm}^3$ (1 P.).
b) Die Bohrung steht senkrecht auf der 12×8-Fläche und geht durch die ganze Höhe 5 cm. Sie ist also ein Zylinder mit Radius $r = 1$ cm und Höhe 5 cm:
$V_B = \pi \cdot 1^2 \cdot 5 = 5\pi \approx 15{,}7\,\text{cm}^3$ (1 P.).
c) Restkörper: $480 - 15{,}7 \approx 464{,}3\,\text{cm}^3$ (1 P.). Die Bohrung nimmt nur gut $3\,\%$ des Volumens weg.
d) Masse gleich Volumen mal Dichte: $m = 464{,}3 \cdot 2{,}7 \approx 1253{,}6$ g, also etwa $1{,}25$ kg (1 P.). Mit der ungerundeten Zwischenrechnung erhält man dasselbe, weil 5π erst am Ende gerundet wird. Antwort: $480\,\text{cm}^3$; $15{,}7\,\text{cm}^3$; $464{,}3\,\text{cm}^3$; rund 1254 g.

Lösung zu Aufgabe 4 (4 BE/Punkte)

a) Volumen des Zylinders: $V = \pi r^2 h = \pi \cdot 0{,}5^2 \cdot 1{,}2 = 0{,}3\pi \approx 0{,}942\,\text{m}^3$ (1 P.).

Umrechnung: $1\,\mathrm{m}^3 = 1000\,\mathrm{dm}^3 = 1000$ l, also etwa 942 l (1 P.).
b) Füllzeit gleich Volumen durch Zulauf: $\frac{942}{15} \approx 62{,}8$ min, also gut eine Stunde (1 P.).
c) Der leere obere Teil ist selbst ein Zylinder mit demselben Radius und der Höhe 20 cm $= 0{,}2$ m: $\pi \cdot 0{,}25 \cdot 0{,}2 = 0{,}05\pi \approx 0{,}157\,\mathrm{m}^3 \approx 157$ l (1 P.). Kontrolle über Anteile: $0{,}2$ m sind ein Sechstel von $1{,}2$ m, und $942 : 6 = 157$. Antwort: 942 l Fassungsvermögen, etwa 63 Minuten Füllzeit, 157 l fehlen.

Lösung zu Aufgabe 5 (4 BE/Punkte)

a) Kegel: $V_K = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 2{,}5^2 \cdot 9 = \frac{1}{3}\pi \cdot 6{,}25 \cdot 9 = 18{,}75\pi \approx 58{,}9\,\mathrm{cm}^3$ (1 P.).
b) Halbkugel: $V_H = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{2}{3}\pi \cdot 15{,}625 \approx 32{,}7\,\mathrm{cm}^3$. Zusammen enthält die Tüte mit Eiskugel etwa $58{,}9 + 32{,}7 = 91{,}6\,\mathrm{cm}^3$ (1 P.).
c) Mantellinie mit Pythagoras aus Radius und Höhe: $s = \sqrt{2{,}5^2 + 9^2} = \sqrt{87{,}25} \approx 9{,}34$ cm (1 P.). Die Waffel ist der Kegelmantel: $M = \pi r s = \pi \cdot 2{,}5 \cdot 9{,}34 \approx 73{,}4\,\mathrm{cm}^2$ (1 P.). Die Mantellinie ist nur wenig länger als die Höhe, weil der Kegel sehr schlank ist. Antwort: $58{,}9\,\mathrm{cm}^3$; $32{,}7\,\mathrm{cm}^3$ bzw. $91{,}6\,\mathrm{cm}^3$ insgesamt; $s \approx 9{,}34$ cm und $M \approx 73{,}4\,\mathrm{cm}^2$.