# Lösungen zur Klassenarbeit - Statistik: Streuung und Datenauswertung

Klasse: Klasse 10 · Dauer: 45 Minuten · /20

## Lösung zu Aufgabe 1 (4 BE/Punkte)

Die acht Werte sind bereits der Größe nach geordnet.
a) Summe: $3+5+5+7+8+9+10+13=60$, Mittelwert $\bar{x}=\frac{60}{8}=7{,}5$ (1 P.). Bei einer geraden Anzahl gibt es zwei mittlere Werte, den vierten und fünften: $7$ und $8$. Median $\tilde{x}=\frac{7+8}{2}=7{,}5$ (1 P.). Mittelwert und Median stimmen überein, die Daten sind recht symmetrisch verteilt.
b) Die untere Hälfte $3;5;5;7$ hat den Median $Q_1=\frac{5+5}{2}=5$, die obere Hälfte $8;9;10;13$ den Median $Q_3=\frac{9+10}{2}=9{,}5$. Quartilsabstand $Q_3-Q_1=4{,}5$ (1 P.). In diesem Bereich liegt die mittlere Hälfte der Daten.
c) Spannweite $R=x_{\max}-x_{\min}=13-3=10$ (1 P.). Antwort: $\bar{x}=\tilde{x}=7{,}5$; $Q_1=5$, $Q_3=9{,}5$, IQR $4{,}5$; $R=10$.

## Lösung zu Aufgabe 2 (4 BE/Punkte)

a) Mittelwert: $\bar{x}=\frac{2+4+6+8+10}{5}=\frac{30}{5}=6$ (1 P.).
b) Die Varianz ist der Mittelwert der quadrierten Abweichungen vom Mittelwert. Abweichungen: $-4;-2;0;2;4$. Quadrate: $16;4;0;4;16$, Summe $40$ (1 P.). Geteilt durch die Anzahl: $s^2=\frac{40}{5}=8$ (1 P.). Man quadriert, damit sich positive und negative Abweichungen nicht gegenseitig aufheben; die einfachen Abweichungen ergeben zusammen immer $0$.
c) Die Standardabweichung ist die Wurzel aus der Varianz und hat wieder dieselbe Einheit wie die Daten: $s=\sqrt{8}=2\sqrt{2}\approx 2{,}83$ (1 P.). Deutung: Die Werte weichen im Mittel um knapp $3$ vom Durchschnitt $6$ ab. Antwort: $\bar{x}=6$, $s^2=8$, $s\approx 2{,}83$.

## Lösung zu Aufgabe 3 (4 BE/Punkte)

Insgesamt wurden $4+8+5+2+1=20$ Kinder befragt.
a) Gewichteter Mittelwert: $\bar{x}=\frac{0\cdot 4+1\cdot 8+2\cdot 5+3\cdot 2+4\cdot 1}{20}=\frac{28}{20}=1{,}4$ Geschwister (1 P.).
b) Bei $20$ Werten liegt der Median zwischen dem $10.$ und $11.$ Wert der geordneten Liste. Die Plätze $1$ bis $4$ haben den Wert $0$, die Plätze $5$ bis $12$ den Wert $1$; also Median $1$. Der Modus ist der häufigste Wert, ebenfalls $1$ (achtmal) (1 P.).
c) Quadrierte Abweichungen mal Häufigkeit:
$4\cdot 1{,}96+8\cdot 0{,}16+5\cdot 0{,}36+2\cdot 2{,}56+1\cdot 6{,}76=7{,}84+1{,}28+1{,}8+5{,}12+6{,}76=22{,}8$ (1 P.). Varianz $s^2=\frac{22{,}8}{20}=1{,}14$, Standardabweichung $s=\sqrt{1{,}14}\approx 1{,}07$ (1 P.). Antwort: $\bar{x}=1{,}4$, Median und Modus $1$, $s\approx 1{,}07$.

## Lösung zu Aufgabe 4 (4 BE/Punkte)

a) Spannweite: $R = 45 - 12 = 33$. Quartilsabstand: $Q_3 - Q_1 = 30 - 18 = 12$ (1 P.).
b) Die Quartile teilen die geordneten Daten in vier Viertel. Zwischen $Q_1 = 18$ und $Q_3 = 30$ liegen das zweite und dritte Viertel, also etwa $50\,\%$ der Daten (1 P.). Diesen Bereich zeigt im Boxplot die Box.
c) Man vergleicht die Lage des Medians. Innerhalb der Box: Median bis $Q_1$ sind $3$, Median bis $Q_3$ aber $9$. Bei den Antennen: Median bis Minimum $9$, Median bis Maximum $24$ (1 P.). Die rechte Seite ist jeweils deutlich länger, die Verteilung ist also rechtsschief: Die meisten Werte liegen eng beieinander im unteren Bereich, einige wenige große Werte ziehen nach rechts aus. Der Mittelwert dürfte daher über dem Median $21$ liegen (1 P.).

## Lösung zu Aufgabe 5 (4 BE/Punkte)

a) Maschine A: $\frac{500+502+498+501+499}{5} = \frac{2500}{5} = 500$ ml. Maschine B: $\frac{505+495+500+506+494}{5} = \frac{2500}{5} = 500$ ml. Beide treffen im Mittel genau den Sollwert (1 P.).
b) A: Abweichungen $0; 2; -2; 1; -1$, Quadrate $0 + 4 + 4 + 1 + 1 = 10$, $s^2 = 2$, $s = \sqrt{2} \approx 1{,}41$ ml. B: Abweichungen $5; -5; 0; 6; -6$, Quadrate $25 + 25 + 0 + 36 + 36 = 122$, $s^2 = 24{,}4$, $s \approx 4{,}94$ ml (1 P.).
c) Maschine A arbeitet zuverlässiger: Bei gleichem Mittelwert streuen ihre Füllmengen etwa dreieinhalbmal weniger (1 P.). Der Mittelwert allein hätte keinen Unterschied gezeigt.
d) Die Toleranz erlaubt $495$ bis $505$ ml. Bei B liegen $506$ ml und $494$ ml außerhalb, also $2$ von $5$ Flaschen ($40\,\%$); $495$ und $505$ sind gerade noch zulässig (1 P.).