Arbeitsblatt - Sinus- und Kosinusfunktion

Klasse: Klasse 10 · 20

Der Rechenweg muss angegeben werden.

Aufgabe 1

Aufgabe 1 – Grad und Bogenmaß

Rechne um. Es gilt $180^\circ = \pi$. Gib das Bogenmaß als Vielfaches von π an.

Gradmaß	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
Bogenmaß	?	?	?	?	?	?	?

a) Ergänze die Tabelle.
b) Rechne ins Gradmaß um: $\frac{\pi}{6}$, $\frac{2\pi}{3}$, $\frac{3\pi}{4}$, $\frac{5\pi}{6}$.
c) Rechne 1 rad und 2 rad ins Gradmaß um.

Aufgabe 2

Aufgabe 2 – Der Minutenzeiger

Der Minutenzeiger einer großen Bahnhofsuhr ist 12 cm lang. Er dreht sich in 60 Minuten einmal um 360°.

a) Welchen Winkel überstreicht er in 20 Minuten (Gradmaß und Bogenmaß)?
b) Wie lang ist der Weg der Zeigerspitze in 20 Minuten (Bogenlänge $b = x \cdot r$)?
c) Welchen Weg legt die Spitze in 1 Stunde zurück?
d) Welcher Winkel im Bogenmaß gehört zu 7,5 Minuten?

Aufgabe 3

Aufgabe 3 – Werte ohne Taschenrechner

Bestimme die Werte mit Hilfe des Einheitskreises.

a) $\sin 0$, $\sin \frac{\pi}{6}$, $\sin \frac{\pi}{2}$
b) $\cos \frac{\pi}{3}$, $\cos \pi$, $\cos 2\pi$
c) $\sin \frac{3\pi}{2}$, $\cos \frac{\pi}{2}$, $\sin \pi$
d) $\sin \frac{\pi}{4}$ (als Wurzelausdruck)

Aufgabe 4

Aufgabe 4 – Vorzeichen und Quadranten

Bestimme mit dem Einheitskreis, ob Sinus und Kosinus positiv oder negativ sind, und berechne die Werte mit dem Rechner (DEG).

a) 150°
b) 210°

c) 300°

Aufgabe 5

Aufgabe 5 – Einfache Gleichungen

Bestimme alle Lösungen im Intervall $0 \leq x \leq 2\pi$.

a) $\sin x = 0{,}5$
b) $\sin x = -1$
c) $\cos x = 0$
d) $\cos x = -0{,}5$
e) $\sin x = 0{,}8$ (Rechner im Bogenmaß)

Aufgabe 6

Aufgabe 6 – Eigenschaften im Überblick

Bestimme für jede Funktion Amplitude, Periode, Mittellinie und Wertebereich.

Funktion	Amplitude	Periode	Mittellinie	Wertebereich
$2\sin x$	?	?	?	?
$\sin(2x)$	?	?	?	?
$\sin x + 1$	?	?	?	?
$-\sin x$	?	?	?	?

a) $2\sin x$ und $\sin(2x)$
b) $\sin x + 1$ und $-\sin x$
c) Welche dieser Funktionen hat dieselbe Periode wie $\sin x$?

Aufgabe 7

Aufgabe 7 – Die allgemeine Sinusfunktion

Gib jeweils Amplitude, Periode, Mittellinie, Maximum und Minimum an.

a) $f(x) = 3\sin(2x) + 1$
b) $g(x) = 0{,}5\sin\left(\frac{x}{2}\right) - 2$
c) $h(x) = 4\cos(\pi x)$

Aufgabe 8

Aufgabe 8 – Wertetabelle

Berechne die Funktionswerte von $f(x) = 2\sin x$ und zeichne den Graphen für $0 \leq x \leq 2\pi$.

x	**0**	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$2\sin x$	?	?	?	?	?	?	?

a) Ergänze die Tabelle.
b) Gib die Nullstellen in diesem Intervall an.
c) Wo liegen Maximum und Minimum?

Aufgabe 9

Aufgabe 9 – Das Riesenrad

Ein Riesenrad hat einen Durchmesser von 40 m, die Nabe liegt 25 m über dem Boden. Eine Umdrehung dauert 10 Minuten. Eine Gondel startet unten. Ihre Höhe ist $h(t) = 25 - 20\cos\left(\frac{2\pi}{10}t\right)$ (t in Minuten).

Zeit in min	0	1	2,5	5
Höhe in m	?	?	?	?

a) Bestimme Mittellinie, Amplitude und Periode.
b) Ergänze die Tabelle.
c) Wann erreicht die Gondel zum ersten Mal die Höhe 35 m?
d) Wie lange befindet die Gondel sich pro Umlauf höher als 35 m?

Aufgabe 10

Aufgabe 10 – Ebbe und Flut

Der Wasserstand an einem Hafen wird näherungsweise durch $h(t) = 4 + 2{,}5\sin\left(\frac{\pi}{6}t\right)$ beschrieben (t in Stunden nach Mitternacht, h in Metern).

a) Bestimme Periode, Hochwasser und Niedrigwasser mit Uhrzeit.
b) Wie groß ist der Tidenhub (Unterschied zwischen Hoch- und Niedrigwasser)?
c) Wie hoch steht das Wasser um 1 Uhr?
d) Ein Schiff darf nur einlaufen, wenn das Wasser mindestens 5,5 m hoch ist. Wie lange ist das Zeitfenster (erste Flut)?

Aufgabe 11

Aufgabe 11 – Wechselstrom

Die Spannung in der Steckdose wird durch $U(t) = 325 \cdot \sin(2\pi \cdot 50 \cdot t)$ beschrieben (t in Sekunden, U in Volt).

a) Bestimme Amplitude, Frequenz und Periodendauer.
b) Berechne $U(0{,}005)$ und $U(0{,}0025)$.
c) Wie oft ist die Spannung pro Sekunde null?
d) Berechne den Effektivwert $\frac{325}{\sqrt{2}}$ und vergleiche mit 230 V.

Aufgabe 12

Aufgabe 12 – Der Kammerton

Ein reiner Ton wird durch $y(t) = A\sin(2\pi f t)$ beschrieben. Der Kammerton a hat die

Frequenz $f = 440$ Hz.

a) Berechne die Periodendauer in Millisekunden.
b) Welche Frequenz und Periodendauer hat der Ton eine Oktave höher (doppelte Frequenz)?
c) Berechne $y(0{,}0005)$ für $A = 1$.
d) Was ändert sich, wenn die Amplitude verdoppelt wird?

Aufgabe 13

Aufgabe 13 – Das Federpendel

Ein Gewicht hängt an einer Feder und wird 8 cm nach unten gezogen und losgelassen. Es schwingt gemäß $s(t) = 8\cos\left(\frac{\pi}{2}t\right)$ (t in s, s in cm, positiv nach unten).

a) Bestimme Amplitude und Periode.
b) Wo befindet sich das Gewicht nach 0,5 s und nach 1 s?
c) Wann geht das Gewicht zum ersten Mal durch die Ruhelage?
d) Wie oft schwingt das Gewicht in einer Minute?

Aufgabe 14

Aufgabe 14 – Das Klima im Jahresverlauf

Die mittlere Monatstemperatur einer Stadt wird durch $T(t) = 10 + 9\sin\left(\frac{2\pi}{12}(t-4)\right)$ beschrieben ($t = 1$ für Januar).

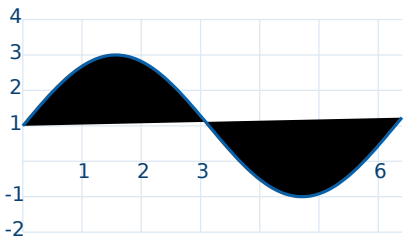
Monat t	1	4	7	10
Temperatur in °C	?	?	?	?

a) Ergänze die Tabelle.
b) Bestimme Mittelwert, Amplitude und Periode.
c) In welchen Monaten ist es am wärmsten und am kältesten?
d) In wie vielen Monaten liegt die Temperatur über 14,5 °C? (Tipp: $\sin > 0{,}5$)

Aufgabe 15

Aufgabe 15 – Gleichung aus dem Graphen

Der Graph gehört zu $f(x) = a\sin x + d$.



a) Lies Maximum, Minimum und Mittellinie ab.
b) Bestimme a und d.

c) Berechne die Nullstellen für $0 \le x \le 2\pi$ aus $\sin x = -0{,}5$.
d) Wie groß ist $f\left(\frac{\pi}{6}\right)$?

Aufgabe 16

Aufgabe 16 – Periode und Faktor b

Für $f(x) = \sin(bx)$ gilt Periode $= \frac{2\pi}{b}$.

b	**2**	**0,5**	π	**?**
Periode	?	?	?	12

a) Ergänze die Periodenwerte für $b = 2$, $0{,}5$, π.
b) Welches b gehört zur Periode 12?
c) Wie viele Perioden liegen von 0 bis 12π für $b = 2$?
d) Welche Zahl b braucht man, damit die Periode 24 beträgt (Tagesrhythmus in Stunden)?

Aufgabe 17

Aufgabe 17 – Die Tageslänge

Die Tageslänge in einer Stadt wird durch $D(t) = 12{,}2 + 4{,}2\sin\left(\frac{2\pi}{365}(t - 80)\right)$ in Stunden beschrieben (t Tag des Jahres).

a) Wann ist der Tag am längsten, wie lang ist er dann?
b) Wann ist der Tag am kürzesten, wie lang?
c) Wie lang ist der Tag am 21. März ($t = 80$)?
d) An wie vielen Tagen ist die Tageslänge größer als 14 Stunden?

Aufgabe 18

Aufgabe 18 – Die Boje

Eine Boje wird von Wellen angehoben und abgesenkt. Ihre Höhe über dem mittleren Wasserstand ist $h(t) = 0{,}8\sin\left(\frac{\pi}{3}t\right)$ (t in s, h in m).

a) Bestimme die Periode und den höchsten Punkt.
b) Wie hoch ist die Boje nach 1 s?
c) Wann erreicht sie zum ersten Mal ihre größte Höhe?
d) Wie lange ist sie pro Periode höher als 0,4 m?

Aufgabe 19

Aufgabe 19 – Das Gewächshaus

In einem Gewächshaus schwankt die Temperatur zwischen 12 °C (um 3 Uhr) und 28 °C (um 15 Uhr). Der Verlauf ist sinusförmig mit der Periode 24 h.

a) Bestimme Mittellinie und Amplitude.
b) Zeige, dass $T(t) = 20 + 8\sin\left(\frac{2\pi}{24}(t - 9)\right)$ passt.

c) Berechne die Temperatur um 12 Uhr.
d) Wie lange ist es wärmer als 24 °C?

Aufgabe 20

Aufgabe 20 – Gleichungen für Fortgeschrittene

Löse im Intervall $0 \leq x \leq 2\pi$.

a) $2\sin x - 1 = 0$
b) $\cos(2x) = 0$
c) $\sin x = \cos x$
d) $2\cos^2 x - \cos x = 0$