Lösungen zur Klassenarbeit - Prüfungsvorbereitung MSA: Zahlen und Terme

Klasse: Klasse 10 · Dauer: 45 Minuten · /20

Lösung zu Aufgabe 1 (4 BE/Punkte)

a) Prozentwert gleich Grundwert mal Prozentsatz: $W = 240 \cdot 0{,}15 = 36$ (1 P.). Kopfrechentrick: $10\,\%$ sind 24, $5\,\%$ sind 12, zusammen 36.
b) Nach $15\,\%$ Rabatt zahlt man $85\,\%$: $240 \cdot 0{,}85 = 204$ € (1 P.). Kontrolle mit a): $240 - 36 = 204$ €.
c) Gesucht ist der Grundwert: $G = \frac{W}{p} = \frac{18}{0{,}12} = 150$ (1 P.). Probe: $12\,\%$ von 150 sind 18.
d) Beim Zinseszins wird das Kapital jedes Jahr mit $1{,}03$ multipliziert: $K_4 = 2000 \cdot 1{,}03^4 \approx 2000 \cdot 1{,}1255 \approx 2251{,}02$ € (1 P.). Ohne Zinseszins wären es nur $2000 + 4 \cdot 60 = 2240$ €. Antwort: 36; 204 €; 150; rund $2251{,}02$ €.

Lösung zu Aufgabe 2 (4 BE/Punkte)

a) Gleiche Basis, also Exponenten addieren: $2^4 \cdot 2^{-1} = 2^{4+(-1)} = 2^3 = 8$ (1 P.). Kontrolle: $16 \cdot \frac{1}{2} = 8$.
b) Eine Potenz eines Produkts: Jeder Faktor wird quadriert, und bei $(x^2)^2$ werden die Exponenten multipliziert: $(3x^2)^2 = 3^2 \cdot x^{2 \cdot 2} = 9x^4$ (1 P.). Häufiger Fehler: $3x^4$, weil die 3 vergessen wird.
c) Teilweise Wurzelziehen: $48 = 16 \cdot 3$, wobei 16 die größte enthaltene Quadratzahl ist. $\sqrt{48} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{3} = 4\sqrt{3} \approx 6{,}93$ (1 P.).
d) Wissenschaftliche Schreibweise heißt Zahl zwischen 1 und 10 mal Zehnerpotenz. Aus $0{,}00072$ wird $7{,}2$, das Komma wandert 4 Stellen nach rechts, also $7{,}2 \cdot 10^{-4}$ (1 P.). Antwort: 8; $9x^4$; $4\sqrt{3}$; $7{,}2 \cdot 10^{-4}$.

Lösung zu Aufgabe 3 (4 BE/Punkte)

a) Zweite binomische Formel $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ mit $a = x$, $b = 5$: $(x-5)^2 = x^2 - 10x + 25$ (1 P.). Typischer Fehler: $x^2 - 25$ ohne das Mittelglied.
b) Dritte binomische Formel $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ mit $a = 2x$, $b = 3$: $(2x)^2 - 3^2 = 4x^2 - 9$ (1 P.).
c) Rückwärts: x^2 ist a^2 mit $a = x$, 9 ist b^2 mit $b = 3$, und das Mittelglied $6x = 2 \cdot x \cdot 3$ passt. Also $x^2 + 6x + 9 = (x+3)^2$ (1 P.).
d) $9x^2 = (3x)^2$ und $16 = 4^2$; eine Differenz zweier Quadrate wird mit der dritten Formel zerlegt: $9x^2 - 16 = (3x+4)(3x-4)$ (1 P.). Probe durch Ausmultiplizieren: $9x^2 - 12x + 12x - 16 = 9x^2 - 16$. Antwort wie oben, jede Teilaufgabe 1 P.

Lösung zu Aufgabe 4 (4 BE/Punkte)

a) Klammer auflösen: $4x - 4 = 2x + 8$. $2x$ abziehen und 4 addieren: $2x = 12$, also $x = 6$ (1 P.). Probe: $4 \cdot 5 = 20$ und $12 + 8 = 20$.
b) Normalform mit $p = -5$, $q = -14$. pq-Formel:
$x = 2{,}5 \pm \sqrt{6{,}25 + 14} = 2{,}5 \pm \sqrt{20{,}25} = 2{,}5 \pm 4{,}5$, also $x_1 = 7$, $x_2 = -2$ (1 P.). Vieta: $7 + (-2) = 5$ und $7 \cdot (-2) = -14$, passt.
c) Einsetzungsverfahren: Aus $3x - y = 5$ folgt $y = 3x - 5$. Eingesetzt in die erste Gleichung: $x + 2(3x - 5) = 11$, also $7x - 10 = 11$, $x = 3$; dann $y = 3 \cdot 3 - 5 = 4$ (1 P.).
d) Probe mit $x = 3$, $y = 4$: $3 + 2 \cdot 4 = 11$ und $3 \cdot 3 - 4 = 5$. Beide Gleichungen sind erfüllt, $L = \{(3|4)\}$ (1 P.).

Lösung zu Aufgabe 5 (4 BE/Punkte)

a) Variablen: a Anzahl der Erwachsenen, s Anzahl der Schüler. Kartenzahl: $a + s = 150$. Einnahmen: $8a + 5s = 960$ (1 P.).
b) Einsetzungsverfahren: Aus der ersten Gleichung folgt $s = 150 - a$. Eingesetzt: $8a + 5(150 - a) = 960$, also $8a + 750 - 5a = 960$ und $3a = 210$, $a = 70$ (1 P.). Dann $s = 150 - 70 = 80$ (1 P.).
c) Es kamen 70 Erwachsene und 80 Schüler (1 P.). Probe: $70 + 80 = 150$ Karten und $70 \cdot 8 + 80 \cdot 5 = 560 + 400 = 960$ €. Plausibilitätskontrolle: Hätten alle 150 Besucher 5 € bezahlt, wären es 750 €; jeder Erwachsene bringt 3 € mehr, und $210 : 3 = 70$ bestätigt das Ergebnis auf einem zweiten Weg.