Arbeitsblatt - Prüfungsvorbereitung MSA: Funktionen

Klasse: Klasse 10 · 20

Der Rechenweg muss angegeben werden.

Aufgabe 1

Aufgabe 1 – Geraden durch zwei Punkte

Bestimme jeweils die Gleichung $y = mx + b$ der Geraden durch die beiden Punkte.

Aufgabe	Punkt 1	Punkt 2
a)	$A(1\|3)$	$B(3\|7)$
b)	$C(0\|-2)$	$D(4\|6)$
c)	$E(-1\|5)$	$F(2\|-1)$
d)	$G(2\|4)$	$H(5\|4)$

a) Aufgabe a) und b)
b) Aufgabe c)
c) Aufgabe d) und beschreibe die Besonderheit.

Aufgabe 2

Aufgabe 2 – Nullstelle und Punktprobe

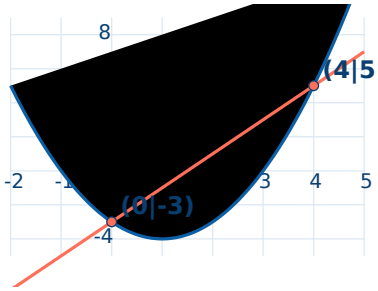
Gegeben ist die Gerade $f(x) = 0{,}5x - 2$.

a) Berechne die Nullstelle und den y-Achsenabschnitt.
b) Prüfe, ob $P(6|1)$ und $Q(-2|-2)$ auf der Geraden liegen.
c) Welche Steigung hat die Gerade? Wie viele Einheiten steigt sie bei 6 Einheiten nach rechts?
d) Gib die Gleichung einer parallelen Geraden durch $R(0|3)$ an.

Aufgabe 3

Aufgabe 3 – Eine Parabel untersuchen

Gegeben ist $f(x) = x^2 - 2x - 3$.



a) Berechne die Nullstellen.
b) Bestimme den Scheitelpunkt.
c) Gib den y-Achsenabschnitt an.
d) Begründe, dass die Parabel nach oben geöffnet ist.

Aufgabe 4

Aufgabe 4 – Quadratische Ergänzung

Bringe die Funktionsterme auf die Scheitelpunktform $a(x-d)^2+e$ und gib den Scheitel an.

a) x^2-6x+5
b) x^2+4x+1
c) $-x^2+2x+3$
d) $2x^2-8x$

Aufgabe 5

Aufgabe 5 – Parabel aus Scheitel und Punkt

Von einer Parabel sind der Scheitel S und ein weiterer Punkt P bekannt. Bestimme die Funktionsgleichung mit dem Ansatz $f(x)=a(x-d)^2+e$.

a) $S(2|-3)$, $P(4|1)$
b) $S(-1|4)$, $P(1|-4)$
c) $S(0|5)$, $P(3|-4)$

Aufgabe 6

Aufgabe 6 – Schnittpunkte von Gerade und Parabel

Berechne die Schnittpunkte der Graphen. Denke an die y-Koordinaten!

a) $f(x)=x^2$ und $g(x)=x+2$
b) $f(x)=x^2-2x-3$ und $g(x)=2x-3$
c) $f(x)=x^2-4x+3$ und $g(x)=2x-6$
d) $f(x)=x^2+1$ und $g(x)=2x-3$

Aufgabe 7

Aufgabe 7 – Exponentielle Funktionen

Ein Bestand von 400 Stück wächst jedes Jahr um 5 %. Außerdem ist eine zweite Funktion durch zwei Punkte bestimmt.

a) Stelle die Funktion für den Bestand nach x Jahren auf und berechne den Bestand nach 3 und 10 Jahren.
b) Der Graph einer Funktion $f(x) = a \cdot b^x$ geht durch $P(0|200)$ und $Q(2|450)$. Bestimme a und b.
c) Berechne $f(4)$ für diese Funktion.
d) Ist die zweite Funktion wachsend oder fallend? Begründe mit b.

Aufgabe 8

Aufgabe 8 – Welcher Typ?

Entscheide für jede Reihe, ob sie linear, quadratisch, exponentiell oder keines davon ist. Bilde Differenzen, zweite Differenzen oder Quotienten.

Reihe	$x = 0$	$x = 1$	$x = 2$	$x = 3$	$x = 4$
A	1	4	9	16	25
B	3	6	12	24	48
C	10	8	6	4	2
D	2	3	6	11	18

a) Reihe A und Reihe D
b) Reihe B und Reihe C
c) Gib zu jeder Reihe die Funktionsgleichung an.

Aufgabe 9

Aufgabe 9 – Der richtige Handytarif

Drei Tarife stehen zur Auswahl:

Tarif	Grundgebühr	Preis je Minute
A	5,00 €	0,08 €
B	10,00 €	0,03 €
Flat	18,00 €	0,00 €

Minuten	0	100	200	300
Tarif A	?	?	?	?
Tarif B	?	?	?	?
Flat	?	?	?	?

a) Stelle die Kostenfunktionen für A, B und die Flat auf.
b) Ergänze die Wertetabelle.

c) Berechne, ab wie vielen Minuten B günstiger ist als A.
d) Welcher Tarif ist für welche Nutzung der günstigste? Bestimme alle Grenzen.

Aufgabe 10

Aufgabe 10 – Der Ball im Flug

Ein Ball wird vom Dach geworfen. Seine Höhe über dem Boden beträgt $h(t) = -5t^2 + 20t + 1{,}5$ (t in s, h in m).

a) Wie hoch ist der Ball nach 1 s und nach 3 s?
b) Wann erreicht er seine größte Höhe und wie groß ist sie?
c) Wann trifft er auf den Boden?
d) Wann ist der Ball genau 16,5 m hoch?

Aufgabe 11

Aufgabe 11 – Der Torbogen

Der Eingang einer Stadtmauer hat die Form einer Parabel $h(x) = -0{,}15x^2 + 6$ (alle Maße in Metern, $x = 0$ in der Mitte).

a) Wie hoch und wie breit ist der Bogen am Boden?
b) Wie hoch ist der Bogen 4 m neben der Mitte?
c) Passt ein Lastwagen von 5 m Breite und 3,2 m Höhe, der in der Mitte fährt?
d) Welche Höhe hat der Bogen bei $x = 3$ m?

Aufgabe 12

Aufgabe 12 – Der E-Scooter verliert an Wert

Ein E-Scooter kostet neu 900 € und verliert jedes Jahr 20 % seines Wertes.

Jahre	0	1	2	3
Wert in €	900	?	?	?

a) Berechne die Werte der Tabelle.
b) Stelle die Funktion $W(t)$ auf.
c) Nach wie vielen Jahren ist der Roller weniger als 300 € wert?
d) Wie viel Wert geht im ersten Jahr verloren, wie viel im dritten Jahr?

Aufgabe 13

Aufgabe 13 – Das Sparbuch

Frau Berger legt 4000 € zu 2,5 % Zinseszins pro Jahr an. Ihr Nachbar legt 4000 € an und erhält jedes Jahr feste 100 € Zinsen ohne Zinseszins.

a) Wie groß ist das Kapital von Frau Berger nach 8 Jahren?
b) Wie groß ist das Kapital des Nachbarn nach 8 Jahren?
c) Nach wie vielen Jahren sind bei beiden die Kapitalstände gleich groß? Schätze mit

der Wertetabelle.
d) Warum ist Frau Bergers Angebot langfristig besser?

Aufgabe 14

Aufgabe 14 – Der Hundeauslauf

Familie Peters baut einen rechteckigen Auslauf für ihren Hund. Eine Seite grenzt an die Hauswand und braucht keinen Zaun. Es stehen 40 m Zaun zur Verfügung. Die Seiten senkrecht zur Wand sind je x m lang.

x in m	5	10	15
Fläche in m²	?	?	?

a) Begründe, dass die Fläche $A(x) = x(40 - 2x)$ beträgt.
b) Berechne die Flächen der Tabelle.
c) Bei welchem x ist die Fläche am größten? Wie groß ist sie?
d) Welche Werte darf x annehmen?

Aufgabe 15

Aufgabe 15 – Eintrittspreis für das Schulfest

Der Förderverein schätzt: Bei einem Eintrittspreis von p Euro kommen $n(p) = 200 - 40p$ Besucher. Die festen Kosten betragen 30 €.

a) Stelle die Einnahmenfunktion $E(p) = p \cdot n(p)$ und die Gewinnfunktion $G(p)$ auf.
b) Bei welchem Preis sind die Einnahmen am größten, und wie hoch sind sie?
c) Bei welchen Preisen macht der Verein weder Gewinn noch Verlust?
d) Welchen Preis empfiehlst du? Beachte, dass der Verein auch möglichst viele Besucher erreichen möchte.

Aufgabe 16

Aufgabe 16 – Zwei Städte im Wettlauf

Stadt A hat 50 000 Einwohner und wächst jedes Jahr um 2000 Personen. Stadt B hat 40 000 Einwohner und wächst jedes Jahr um 4 %.

Jahr t	0	10	20	22
Stadt A (linear)	50 000	?	?	?
Stadt B (exponentiell)	40 000	?	?	?

a) Stelle die Funktionen $A(t)$ und $B(t)$ auf.
b) Ergänze die Tabelle.
c) Nach wie vielen Jahren überholt B die Stadt A? Prüfe die Jahre 21 und 22.
d) Warum überholt B langfristig immer, auch wenn A mehr Einwohner hat?

Aufgabe 17

Aufgabe 17 – Das Wasserbecken

Aus einem Becken läuft Wasser durch ein kleines Loch. Alle 10 Minuten wurde die Wasserhöhe gemessen.

Zeit in min	0	10	20	30
Wasserhöhe in cm	80	64	51,2	40,96

a) Zeige, dass die Höhe exponentiell abnimmt, und bestimme den Faktor je 10 Minuten.
b) Gib eine Funktion $h(t)$ mit t in Minuten an.
c) Welche Höhe erwartest du nach 50 Minuten?
d) Nach wie vielen Minuten ist die Höhe unter 10 cm (Tabelle mit dem Rechner)?

Aufgabe 18

Aufgabe 18 – Wasserstrahl und Rutsche

Ein Wasserstrahl im Spielpark folgt der Parabel $f(x) = -0{,}25x^2 + 2x + 0{,}5$. Die Rutsche wird durch die Gerade $g(x) = 0{,}5x$ beschrieben (alle Maße in m).

a) Wie hoch ist der Strahl am höchsten Punkt, und wo liegt er?
b) Berechne den Schnittpunkt von Strahl und Rutsche (positive Lösung).
c) Wie weit ist dieser Punkt vom Ursprung waagerecht entfernt?
d) Ein Kind steht bei $x = 3$ m. Liegt es unter oder über dem Strahl, wenn es 1,5 m groß ist?

Aufgabe 19

Aufgabe 19 – Linear, quadratisch oder exponentiell?

Die drei Terme $10x$, x^2 und 2^x wachsen unterschiedlich schnell. Berechne die Wertetabelle und vergleiche.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$10x$	?	?	?	?	?	?	?	?	?
x^2	?	?	?	?	?	?	?	?	?
2^x	?	?	?	?	?	?	?	?	?

a) Ergänze die Tabelle.
b) Bei welchen x sind x^2 und 2^x gleich?
c) Ab welchem x ist 2^x größer als $10x$?
d) Welcher der drei Terme ist für sehr große x am größten? Begründe.

Aufgabe 20

Aufgabe 20 – Eine Parabelschar

Untersuche die Funktionen $f_a(x) = x^2 - 2ax + a^2 - 1$ mit einem Parameter a.

a) Bringe f_a auf die Scheitelpunktform und gib den Scheitel in Abhängigkeit von a an.
b) Berechne die Nullstellen in Abhängigkeit von a.
c) Auf welcher Kurve liegen alle Scheitelpunkte?
d) Für welche a geht die Parabel durch $(0|3)$?