Arbeitsblatt - Potenzfunktionen und Wurzelfunktionen

Klasse: Klasse 10 · 20

Der Rechenweg muss angegeben werden.

Aufgabe 1

Aufgabe 1 – Wertetabellen von Potenzfunktionen

Berechne die Funktionswerte und beschreibe, was bei geraden und ungeraden Hochzahlen mit den Vorzeichen geschieht.

x	-2	-1	0	1	2
x^2	?	?	?	?	?
x^3	?	?	?	?	?
x^4	?	?	?	?	?

a) Ergänze die Zeile für x^2 und x^3.
b) Ergänze die Zeile für x^4.
c) Vergleiche die Werte für $x = -2$ und $x = 2$ bei den drei Funktionen und formuliere eine Regel.

Aufgabe 2

Aufgabe 2 – Symmetrie und Verlauf

Für jede Funktion sind Symmetrie und Verlauf der Enden zu bestimmen. Denke an Hochzahl und Vorzeichen.

Funktion	Symmetrie	Verhalten für $x \to \infty$	Verhalten für $x \to -\infty$
x^4	?	?	?
x^5	?	?	?
$-x^6$	?	?	?
$-x^7$	?	?	?

a) x^4 und x^5
b) $-x^6$ und $-x^7$
c) Welche dieser Funktionen haben dieselbe Form wie die Normalparabel?

Aufgabe 3

Aufgabe 3 – Punktprobe

Prüfe, ob die Punkte auf dem Graphen liegen. Setze die Koordinaten in die Funktionsgleichung ein.

a) $f(x) = 2x^3$: $A(2|16)$, $B(-1|2)$, $C(-2|-16)$
b) $g(x) = -x^4$: $P(3|-81)$, $Q(-2|16)$, $R(0|0)$
c) $h(x) = \frac{3}{x}$: $S(3|1)$, $T(-1|-3)$, $U(0|3)$

Aufgabe 4

Aufgabe 4 – Potenzgleichungen

Löse die Gleichungen. Beachte, wann es zwei, eine oder keine Lösung gibt.

a) $x^2 = 49$
b) $x^3 = -27$
c) $x^4 = 81$
d) $x^5 = 32$
e) $x^4 = -16$

Aufgabe 5

Aufgabe 5 – Den Faktor bestimmen

Der Graph der Funktion geht durch den Punkt P. Bestimme den Faktor a und die Gleichung.

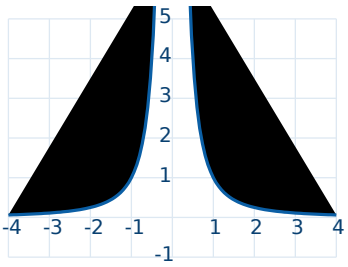
a) $f(x) = ax^3$, $P(2|24)$
b) $f(x) = ax^2$, $P(-3|18)$
c) $f(x) = a \cdot x^{-1}$, $P(4|0{,}5)$
d) $f(x) = a \cdot x^{-2}$, $P(2|3)$

Aufgabe 6

Aufgabe 6 – Hyperbeln

Vergleiche die Hyperbeln $\frac{1}{x}$ und $\frac{1}{x^2}$. Ergänze die Tabelle und beantworte die Fragen.

x	-4	-2	-1	$-0{,}5$	$0{,}5$	**1**	**2**	**4**
$\frac{1}{x}$	?	?	?	?	?	?	?	?
$\frac{1}{x^2}$	?	?	?	?	?	?	?	?



a) Berechne die Funktionswerte beider Funktionen.
b) Welche Asymptoten haben beide Graphen?
c) Welche Funktion ist punktsymmetrisch, welche achsensymmetrisch?
d) Wie lautet der Wertebereich von $\frac{1}{x^2}$?

Aufgabe 7

Aufgabe 7 – Negative Exponenten

Schreibe ohne negative Hochzahl und berechne den Wert für $x = 2$.

a) x^{-2}
b) $(2x)^{-3}$
c) $3x^{-1}$
d) $5x^{-2}$

Aufgabe 8

Aufgabe 8 – Definitionsbereich der Wurzel

Gib jeweils den Definitionsbereich an und berechne, falls vorhanden, die Nullstelle.

a) $f(x) = \sqrt{x - 3}$
b) $g(x) = \sqrt{2x + 4}$
c) $h(x) = \sqrt{5 - x}$
d) $k(x) = \sqrt{x} - 2$

Aufgabe 9

Aufgabe 9 – Verschobene Wurzelfunktion

Gegeben ist $f(x) = \sqrt{x + 2} - 1$. Untersuche die Funktion.

a) Gib den Definitionsbereich und den Wertebereich an.
b) Berechne die Nullstelle und den y-Achsenabschnitt.
c) Beschreibe, wie der Graph aus dem Graphen von $\sqrt{x}$ entsteht.
d) Berechne $f(2)$ und $f(7)$.

Aufgabe 10

Aufgabe 10 – Wurzelgleichungen

Löse die Gleichungen. Mache bei den letzten drei die Probe.

a) $\sqrt{x} = 5$
b) $\sqrt{x + 4} = 3$
c) $\sqrt{2x + 3} = x$
d) $\sqrt{x + 6} = x$

e) $\sqrt{3x+4} = x$

Aufgabe 11

Aufgabe 11 – Der Sprungturm

Aus der Höhe h fällt ein Körper in der Zeit $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ mit $g = 9{,}81\ \frac{m}{s^2}$ (ohne Luftwiderstand). Im Freibad gibt es Sprungbretter in 1 m, 3 m, 5 m und 10 m Höhe.

Höhe in m	5	20	45	100
Fallzeit in s	?	?	?	?

a) Berechne die Fallzeiten der Tabelle (Höhen 5 m, 20 m, 45 m, 100 m).
b) Wie lange braucht ein Springer vom 10-m-Turm?
c) Wie hoch ist die Fallstrecke nach 3 Sekunden?
d) Um welchen Faktor wächst die Fallzeit, wenn die Höhe vervierfacht wird?

Aufgabe 12

Aufgabe 12 – Beet in zwei Formen

Familie Kaya legt ein Beet mit 50 m² Fläche an. Sie vergleicht ein kreisrundes Beet mit einem quadratischen. Für die Einfassung kostet das laufende Meter 12 €.

a) Welchen Radius hat das kreisförmige Beet?
b) Welche Seitenlänge hat das quadratische Beet?
c) Vergleiche die Umfänge und die Kosten der Einfassung.
d) Um welchen Faktor wächst der Radius, wenn die Fläche vervierfacht wird?

Aufgabe 13

Aufgabe 13 – Das Pendel

Die Schwingungsdauer eines Fadenpendels der Länge l ist $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ (in Sekunden, l in Metern, $g = 9{,}81\ \frac{m}{s^2}$). Eine alte Standuhr hat ein Sekundenpendel, das für einen Hin- und Hergang 2 s benötigt.

a) Berechne T für ein Pendel von 1 m Länge.
b) Wie lang muss das Pendel der Standuhr sein, damit $T = 2$ s?
c) Wie ändert sich T, wenn die Länge vervierfacht wird?
d) Ein Pendel im Kirchturm ist 9 m lang. Berechne T.

Aufgabe 14

Aufgabe 14 – Keplers drittes Gesetz

Für die Planeten des Sonnensystems gilt $T^2 = a^3$ mit der großen Halbachse a in Astronomischen Einheiten (AE) und der Umlaufzeit T in Jahren. Dabei ist $T = a^{3/2}$ bzw.

$a = T^{2/3}$.

Planet	Halbachse a in AE	Umlaufzeit T in Jahren
Venus	0,72	?
Mars	1,52	?
Jupiter	5,20	?
Saturn	?	29,5

a) Berechne die Umlaufzeit der Venus.
b) Berechne die Umlaufzeiten von Mars und Jupiter.
c) Welche Halbachse hat Saturn bei 29,5 Jahren?
d) Ein Zwergplanet hat die Halbachse 39,5 AE. Wie lange dauert ein Umlauf?

Aufgabe 15

Aufgabe 15 – Die Würfelverpackung

Ein Verpackungshersteller bietet würfelförmige Schachteln an. Das Volumen eines Würfels mit der Kante a ist $V = a^3$, die Oberfläche $O = 6a^2$. Die Pappe kostet 0,40 € pro m².

Kante a	10 cm	20 cm	40 cm
Volumen	?	?	?
Oberfläche	?	?	?

a) Ergänze die Tabelle.
b) Welche Kante hat ein Würfel mit 1 Liter Inhalt?
c) Wie ändern sich Volumen und Oberfläche, wenn man die Kante verdoppelt?
d) Wie teuer ist die Pappe für die Schachtel mit 40 cm Kante?

Aufgabe 16

Aufgabe 16 – Licht und Abstand

Die Beleuchtungsstärke einer Lampe nimmt mit dem Quadrat des Abstands ab: $E(r) = \frac{a}{r^2}$. In 2 m Abstand misst man 300 Lux.

Abstand r in m	1	2	3	6
Beleuchtungsstärke in Lux	?	300	?	?

a) Bestimme a.
b) Ergänze die Tabelle.
c) In welchem Abstand beträgt die Beleuchtungsstärke 100 Lux?
d) Wie ändert sich E, wenn der Abstand verdreifacht wird?

Aufgabe 17

Aufgabe 17 – Welche Potenzfunktion passt?

Zwei Messreihen sind gegeben. Untersuche, ob $y = a \cdot x^3$ bzw. $y = a \cdot x^{-2}$ passt, indem du $y : x^3$ bzw. $y \cdot x^2$ bildest.

x	1	2	3	4
y	2	16	54	128

x	1	2	3	4
y	12	3	1,33	0,75

a) Prüfe die erste Reihe mit $y : x^3$.
b) Prüfe die zweite Reihe mit $y \cdot x^2$.
c) Gib beide Funktionsgleichungen an.
d) Welchen Wert hat die erste Funktion bei $x = 10$, welchen die zweite bei $x = 6$?

Aufgabe 18

Aufgabe 18 – Die Tsunami-Welle

Die Geschwindigkeit einer Flachwasserwelle wie eines Tsunamis hängt von der Wassertiefe h ab: $v = \sqrt{g \cdot h}$ mit $g = 9{,}81\ \frac{m}{s^2}$.

Wassertiefe h	10 m	100 m	1000 m	4000 m
Geschwindigkeit v	?	?	?	?

a) Berechne v in m/s für die vier Tiefen.
b) Rechne v für $h = 4000$ m in km/h um.
c) Bei welcher Tiefe beträgt $v = 20$ m/s?
d) Warum wird ein Tsunami langsamer, wenn er sich der Küste nähert?

Aufgabe 19

Aufgabe 19 – Eine Wurzelfunktion bestimmen

Der Graph von $f(x) = a\sqrt{x - 2} + 1$ geht durch den Punkt $P(6|5)$.

a) Bestimme a.
b) Gib Definitionsbereich und Wertebereich an.
c) Berechne $f(11)$.
d) Für welches x ist $f(x) = 9$?

Aufgabe 20

Aufgabe 20 – Wo schneiden sich die Graphen?

Berechne die Schnittpunkte der Graphen und vergleiche die Verläufe. Zeichne dazu zuerst eine Skizze für $0 \le x \le 2$.

a) $f(x) = x^2$ und $g(x) = \sqrt{x}$
b) $f(x) = x^3$ und $g(x) = \sqrt{x}$
c) $f(x) = \frac{1}{x}$ und $g(x) = \sqrt{x}$

d) $f(x) = x^2$ und $g(x) = \frac{1}{x^2}$