Lösungen zur Klassenarbeit - Vektoren und Geometrie im Raum

Klasse: Einfuehrungsphase · Dauer: 45 Minuten · /20

Lösung zu Aufgabe 1 (4 BE/Punkte)

a) Verbindungsvektor „Spitze minus Fuß“: (1 P.).

Der Abstand der Punkte ist die Länge dieses Vektors, berechnet mit dem räumlichen Pythagoras: LE (2 P.).

b) Der Mittelpunkt hat als Koordinaten die Mittelwerte der Koordinaten von A und B, gleichwertig : $M(\frac{1+3}{2}|\frac{-2+2}{2}|\frac{3+(-1)}{2}) = M(2|0|1)$ (1 P.). Kontrolle: , genau die halbe Streckenlänge. Antwort: ,

Abstand 6, Mittelpunkt $M(2|0|1)$.

Lösung zu Aufgabe 2 (4 BE/Punkte)

a) Skalare Multiplikation wirkt auf jede Komponente: . Subtraktion

komponentenweise: (2 P.). Betrag von $\vec{a}$:

$|\vec{a}| = \sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2} = \sqrt{9} = 3$ (1 P.).

b) Zwei Vektoren sind kollinear, wenn einer ein Vielfaches des anderen ist. Gesucht ist

ein Faktor r mit . Aus der ersten Komponente folgt $r = -2$; Kontrolle der

übrigen: $-2 \cdot 2 = -4$ und $-2 \cdot (-2) = 4$, beide stimmen. Der Vektor ist kollinear zu $\vec{a}$, doppelt so lang und entgegengesetzt gerichtet (1 P.).

Lösung zu Aufgabe 3 (4 BE/Punkte)

a) Im Parallelogramm $ABCD$ sind gegenüberliegende Seiten gleich lang und parallel,

also . (1 P.). Dann , also

$D(3|4|2)$ (1 P.). Die Reihenfolge der Buchstaben ist wichtig: Bei $ABCD$ liegt D gegenüber von B.

b) und (1 P.). Die Vektoren stimmen überein, also

ist $ABCD$ tatsächlich ein Parallelogramm (1 P.). Zusätzliche Kontrolle: Die Diagonalen halbieren sich; Mittelpunkt von AC und von BD ist jeweils $(4|3|1{,}5)$.

Lösung zu Aufgabe 4 (4 BE/Punkte)

a) Eine Geradengleichung braucht einen Stützvektor (Ortsvektor von A) und einen

Richtungsvektor . Also (1 P.).

b) Punktprobe P: Man setzt $\vec{x} = \vec{p}$ und löst jede Zeile nach t. $1 + 2t = 7 \Rightarrow t = 3$; $2 - t = -1 \Rightarrow t = 3$; $2t = 6 \Rightarrow t = 3$. Alle drei Zeilen liefern denselben Wert, P liegt auf g (1,5 P.). Punktprobe Q: $1 + 2t = 5 \Rightarrow t = 2$; $2 - t = 0 \Rightarrow t = 2$; aber die dritte Zeile verlangt $2t = 3$, also $t = 1{,}5$. Widerspruch, Q liegt nicht auf g (1,5 P.). Es reicht nicht, nur zwei Zeilen zu prüfen; erst die dritte Komponente entscheidet bei Q.

Lösung zu Aufgabe 5 (4 BE/Punkte)

a) Das Seil von A zur Spitze: , Länge

$\sqrt{36 + 0 + 64} = \sqrt{100} = 10$ m (1 P.). Das Seil von B: , Länge

$\sqrt{0 + 36 + 64} = 10$ m (1 P.). Beide Ankerpunkte sind 6 m vom Mastfuß entfernt, deshalb sind die Seile gleich lang; jedes bildet mit Mast und Boden ein rechtwinkliges Dreieck mit den Seiten 6, 8, 10.
b) Insgesamt werden $2 \cdot 10 = 20$ m Seil benötigt, ohne Zugabe für Knoten (1 P.).
c) Mitte von AS: $\vec{m} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{s})$, also $M(\frac{6+0}{2}|0|\frac{0+8}{2}) = M(3|0|4)$. Das Warnschild hängt 4 m über dem Boden, 3 m vom Mast entfernt (1 P.).