Arbeitsblatt - Lineare Gleichungssysteme und Gauß-Verfahren

Klasse: Einfuehrungsphase · 22

Der Rechenweg muss angegeben werden.

Aufgabe 1

Aufgabe 1 – Einsetzungsverfahren

Löse die Systeme mit dem Einsetzungsverfahren. Mache jeweils die Probe.

a) $y = 2x - 1$ und $x + y = 8$
b) $x = 3y$ und $2x - y = 10$
c) $y = x + 4$ und $3x + 2y = 23$

Aufgabe 2

Aufgabe 2 – Additionsverfahren

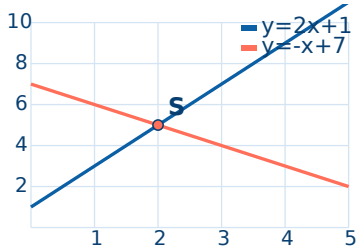
Löse die Systeme mit dem Additionsverfahren.

a) $3x + 2y = 12$ und $x - 2y = 4$
b) $2x + y = 7$ und $x - y = 2$
c) $5x + 3y = 19$ und $2x - y = 3$

Aufgabe 3

Aufgabe 3 – Gleichsetzungsverfahren

Zwei Geraden sind gegeben. Bestimme ihren Schnittpunkt.



a) $g:\ y = 2x + 1$ und $h:\ y = -x + 7$
b) $g:\ y = 3x - 2$ und $h:\ y = -x + 6$

Aufgabe 4

Aufgabe 4 – Keine, eine oder unendlich viele Lösungen

Bestimme die Lösungsmenge und deute geometrisch.

a) $x + y = 3$ und $2x + 2y = 8$
b) $x + y = 3$ und $2x + 2y = 6$
c) $x + y = 3$ und $x - y = 1$

Aufgabe 5

Aufgabe 5 – Gauß-Verfahren mit drei Unbekannten

Löse das System $x + y + z = 6$, $2x - y + z = 3$, $x + 2y - z = 2$ mit dem Gauß-Verfahren.

a) Eliminiere x aus der zweiten und dritten Gleichung.
b) Löse das entstehende 2×2-System.
c) Bestimme x und gib die Lösungsmenge an.
d) Mache die Probe in der dritten Gleichung.

Aufgabe 6

Aufgabe 6 – Noch ein 3×3-System

Löse $x + 2y + z = 3$, $2x - y + z = 8$, $x + y - z = -2$.

a) Eliminiere z mit (I) und (III) bzw. (II) und (III).
b) Löse das 2×2-System.
c) Bestimme die dritte Unbekannte.
d) Probe.

Aufgabe 7

Aufgabe 7 – Gleichungen vertauschen

Löse $y + z = 5$, $x + y + z = 6$, $2x + y = 4$. Beginne mit einer geschickten Reihenfolge.

a) Welche Gleichung enthält kein x? Wo steht sie am besten?
b) Eliminiere z.
c) Bestimme alle Unbekannten.
d) Probe.

Aufgabe 8

Aufgabe 8 – Unendlich viele Lösungen

Löse $x + y + z = 3$, $x - y = 1$, $2x + z = 4$.

a) Drücke y und z durch x aus.
b) Setze in die dritte Gleichung ein. Was fällt auf?
c) Gib die Lösungsmenge mit einem Parameter an.
d) Gib zwei konkrete Lösungen an.

Aufgabe 9

Aufgabe 9 – Widerspruch erkennen

Zeige, dass das System $x + y = 2$, $y + z = 3$, $x - z = 1$ keine Lösung hat.

a) Subtrahiere (II) von (I).
b) Vergleiche mit (III).
c) Formuliere die Folgerung.

Aufgabe 10

Aufgabe 10 – Parabel durch drei Punkte

Die Punkte $A(1\,|\,2)$, $B(2\,|\,3)$ und $C(3\,|\,6)$ liegen auf einer Parabel $f(x) = ax^2 + bx + c$.

a) Stelle das LGS auf.
b) Löse es mit dem Gauß-Verfahren.
c) Gib die Funktion an und prüfe mit C.
d) Berechne den Scheitel.

Aufgabe 11

Aufgabe 11 – Parabel mit Scheitel

Eine Parabel hat den Scheitel $S(2\,|\,-1)$ und geht durch $P(0\,|\,3)$.

a) Welche Bedingungen gelten für $f(x) = ax^2 + bx + c$?
b) Stelle das LGS auf.
c) Löse es.
d) Gib die Scheitelform an.

Aufgabe 12

Aufgabe 12 – Saftmischung

In der Schulkantine sollen 60 Liter Saftschorle mit $25\,\%$ Fruchtanteil gemischt werden. Zur Verfügung stehen ein Saft mit $40\,\%$ und einer mit $10\,\%$ Fruchtanteil.

a) Stelle zwei Gleichungen auf (x: Liter vom starken Saft, y: vom schwachen).
b) Löse das System.
c) Wie viel reine Frucht enthält die Mischung?
d) Wie ändert sich die Lösung, wenn die Mischung $30\,\%$ haben soll?

Aufgabe 13

Aufgabe 13 – Kinokarten

Im Kino wurden an einem Nachmittag 120 Karten verkauft. Eine Erwachsenenkarte kostet *9*\,€, eine Kinderkarte *6*\,€. Die Einnahmen betrugen *840*\,€.

a) Stelle das Gleichungssystem auf.

b) Löse es.
c) Wie viele Karten wurden jeweils verkauft?
d) Wie ändern sich die Einnahmen, wenn 10 Erwachsenenkarten weniger und 10 Kinderkarten mehr verkauft worden wären?

Aufgabe 14

Aufgabe 14 – Das Alter von Vater und Sohn

Herr Meier ist dreimal so alt wie sein Sohn Jonas. In 12 Jahren wird er nur noch doppelt so alt sein.

a) Stelle zwei Gleichungen auf.
b) Löse das System.
c) Wie alt sind beide heute?
d) Prüfe die Aussage am Text.

Aufgabe 15

Aufgabe 15 – Wann holt der Zweite den Ersten ein?

Anna fährt um 9:00 Uhr mit 15 km/h von der Jugendherberge zum See. Ben fährt um 9:30 Uhr mit 20 km/h die gleiche Strecke.

a) Stelle die Weg-Zeit-Funktionen auf (t in Stunden nach 9:00).
b) Setze gleich und bestimme den Zeitpunkt.
c) Wie weit sind beide dann gefahren?
d) Wann hat Anna einen Vorsprung von 5 km?

Aufgabe 16

Aufgabe 16 – Der Kassenzettel

In der Schulkantine kaufen drei Schüler unterschiedliche Kombinationen. Sei x der Preis eines Brötchens, y der eines Getränks, z der eines Obststücks (in Euro).

Schüler	Brötchen	Getränke	Obst	Summe
Lena	2	1	1	4,30 €
Tim	1	2	1	5,00 €
Mia	1	1	3	5,90 €

a) Stelle das Gleichungssystem auf.
b) Löse es mit dem Gauß-Verfahren.
c) Wie viel kostet ein Frühstück aus je einem Brötchen, Getränk und Obst?
d) Wie viel zahlt eine Gruppe von 5 Schülern, die je ein Brötchen und ein Getränk kaufen?

Aufgabe 17

Aufgabe 17 – Gleichungssystem mit Parameter

Gegeben ist das System $a\,x + y = 1$, $x + a\,y = 1$ mit einem Parameter a.

a) Löse das System für $a = 2$.
b) Für welche a gibt es unendlich viele Lösungen?
c) Für welche a gibt es keine Lösung?
d) Gib die Lösung für beliebiges $a \neq \pm 1$ an.

Aufgabe 18

Aufgabe 18 – Schnittpunkt und Dreieck

Die Geraden $g:\ y = 2x + 1$ und $h:\ y = -x + 7$ schneiden sich und begrenzen mit der y-Achse ein Dreieck.

a) Berechne den Schnittpunkt S von g und h.
b) Bestimme die Schnittpunkte mit der y-Achse.
c) Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks.
d) Liegt der Punkt $P(3\,|\,4)$ auf h?

Aufgabe 19

Aufgabe 19 – Die erweiterte Koeffizientenmatrix

Das System $x + 2y = 5$, $3x + 4y = 11$ soll in Matrixschreibweise gelöst werden.

a) Schreibe die erweiterte Koeffizientenmatrix auf.
b) Subtrahiere das Dreifache der ersten Zeile von der zweiten.
c) Lies die Lösung ab.

Aufgabe 20

Aufgabe 20 – Mehr Unbekannte als Gleichungen

Löse $x + y + z = 6$ und $x - y = 0$.

a) Warum kann die Lösung nicht eindeutig sein?
b) Drücke y und z durch x aus.
c) Gib die Lösungsmenge mit $x = t$ an.
d) Gib die Lösung für $t = 1$ an und prüfe.

Aufgabe 21

Aufgabe 21 – Knobelaufgabe: Das Gleichungssystem der Funktion dritten Grades

Eine Funktion $f(x) = ax^3 + bx$ geht durch $P(1\,|\,-3)$ und hat bei $x = 2$ eine Nullstelle.

a) Stelle das LGS für a und b auf.

b) Löse es.
c) Gib alle Nullstellen von f an.

Aufgabe 22

Aufgabe 22 – Knobelaufgabe: Bestimme zwei Zahlen

Die Summe zweier Zahlen ist 20, ihre Differenz 6. Außerdem soll das Produkt der beiden Zahlen größer als 90 sein.

a) Stelle das LGS auf und löse es.
b) Berechne das Produkt.
c) Ist die Bedingung erfüllt?